EXERCICES

Produit scalaire — Projection, cosinus et coordonnées

1re

Nom : _____
Classe : _____

> Au contrôle, une réponse juste sans calcul ne rapporte presque rien : chaque problème se rédige en quatre temps — **justifier**, **poser** l'égalité, **mener le calcul** jusqu'au bout, **conclure** par une phrase avec l'unité. La place réservée est dimensionnée pour ces quatre temps.

1 Calculer un produit scalaire par la méthode adaptée

●○○

a. $\|\vec{u}\| = 3$, $\|\vec{v}\| = 4$ et l'angle entre $\vec{u}$ et $\vec{v}$ mesure 60°.

b. $\|\vec{u}\| = 2$, $\|\vec{v}\| = 5$ et l'angle entre $\vec{u}$ et $\vec{v}$ mesure 135°.

c. En base orthonormée, $\vec{u}(3\,;-2)$ et $\vec{v}(4\,;5)$.

d. En base orthonormée, $\vec{u}(-1\,;2)$ et $\vec{v}(6\,;3)$. Que peut-on en conclure ?

e. $\|\vec{u}\| = 3$, $\|\vec{v}\| = 5$ et $\|\vec{u}+\vec{v}\| = 7$.

2 Projeter dans un rectangle

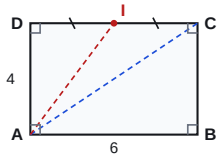
●○○

a. $ABCD$ est un rectangle avec $AB = 6$ et $AD = 4$; I est le milieu de $[DC]$. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

b. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AI}$.

c. Calculer $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AI}$.

d. Léa écrit : « $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 6 \times 6 = 36$ ». Repérer l'erreur et corriger.



$AB = 6$, $AD = 4$; I est le milieu de $[DC]$.

3 Vrai ou faux ? Justifier.

●●○

a. Si $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$, alors $\vec{u} = \vec{0}$ ou $\vec{v} = \vec{0}$.

b. Pour tous vecteurs, $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2$.

c. Pour tous vecteurs, $(2\vec{u}) \cdot (-3\vec{v}) = -6\,\vec{u} \cdot \vec{v}$.

d. Dans une base orthonormée $(\vec{i}, \vec{j})$, si $\vec{u} \cdot \vec{i} = 4$ et $\vec{u} \cdot \vec{j} = -1$, alors $\vec{u}(4\,;-1)$.

e. Dans un triangle ABC, si $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} < 0$, alors l'angle $\widehat{BAC}$ est obtus.

f. Pour tous points A, B, C : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AC$.

Énoncé	Ta réponse	Pourquoi ?
a. Si $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$, alors $\vec{u} = \vec{0}$ ou $\vec{v} = \vec{0}$.		
b. Pour tous vecteurs, $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2$.		
c. Pour tous vecteurs, $(2\vec{u}) \cdot (-3\vec{v}) = -6\,\vec{u} \cdot \vec{v}$.		
d. Dans une base orthonormée $(\vec{i}, \vec{j})$, si $\vec{u} \cdot \vec{i} = 4$ et $\vec{u} \cdot \vec{j} = -1$, alors $\vec{u}(4\,;-1)$.		
e. Dans un triangle ABC, si $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} < 0$, alors l'angle $\widehat{BAC}$ est obtus.		
f. Pour tous points A, B, C : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AC$.		

4 Un triangle en repère orthonormé

●●○

a. Dans un repère orthonormé, $A(-2\,;1)$, $B(2\,;3)$ et $C(-1\,;-1)$. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ et en déduire la nature du triangle ABC.

b. Calculer $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$, puis les longueurs BA et BC.

c. En déduire une mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ au dixième de degré.

d. Contrôler ce résultat avec la tangente.

5 Al-Kashi : une longueur, puis des angles

●●○

a. Dans le triangle ABC, $AB = 4$, $AC = 6$ et $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Calculer la valeur exacte de BC, puis un arrondi au dixième.

b. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

c. Calculer une mesure de $\widehat{ABC}$ au dixième de degré.

d. En déduire une mesure de $\widehat{ACB}$.

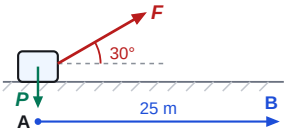
6 Le travail d'une force

●●○

a. En physique, le travail d'une force constante $\vec{F}$ lors d'un déplacement rectiligne de A à B est $W = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB}$, en joules (J) si la force est en newtons (N) et la distance en mètres. Une valise est tirée sur un sol horizontal, de A à B avec $AB = 25$ m, par une force de 40 N inclinée de 30° sur l'horizontale. Calculer le travail exact, puis arrondi à l'unité.

b. Le poids $\vec{P}$ de la valise est vertical et mesure 120 N. Calculer son travail sur le même trajet.

c. Avec la même force de 40 N, quelle inclinaison donnerait un travail de 500 J ?



$\|\vec{F}\| = 40$ N, inclinée de 30° ; $AB = 25$ m.

7 Démontrer une orthogonalité sans repère

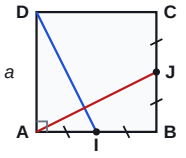
●●●

a. $ABCD$ est un carré de côté a, I le milieu de $[AB]$ et J celui de $[BC]$. Écrire $\overrightarrow{DI}$ à l'aide de $\overrightarrow{DA}$ et $\overrightarrow{AI}$, puis $\overrightarrow{AJ}$ à l'aide de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BJ}$.

b. Calculer en fonction de a : $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{BJ}$, $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{BJ}$.

c. En déduire que les droites (DI) et (AJ) sont perpendiculaires.

d. Contrôler avec $a = 2$ dans le repère orthonormé où $A(0\,;0)$, $B(2\,;0)$ et $D(0\,;2)$.



I et J sont les milieux de $[AB]$ et $[BC]$.

8 Ensembles de points

●●●

a. A et B sont deux points tels que $AB = 8$, et I est le milieu de $[AB]$. Démontrer que, pour tout point M, $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = MI^2 - 16$.

b. Déterminer l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 9$.

c. Même question pour $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$, puis pour $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = -20$.

d. Pour quelle valeur de k l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = k$ est-il réduit à un seul point ?

Corrigé détaillé sur **progresschool.fr** — chapitre « Produit scalaire — Projection, cosinus et coordonnées ».