

Suites numériques — arithmétiques, géométriques, sommes

Corrigé détaillé
7 exercices

Ce qui est noté au contrôle, ce n'est pas le résultat seul : c'est le raisonnement posé, puis le calcul mené jusqu'au bout avec l'unité.

1 Donner la nature, la raison et les trois termes suivants.

- ① a. Les différences sont constantes.
 $8 - 5 = 3$
arithmétique de raison 3 : 17, 20, 23.
- ② b. Les quotients sont constants.
 $6 \div 3 = 2$
géométrique de raison 2 : 48, 96, 192.
- ③ c. Différence constante négative.
 $90 - 100 = -10$
arithmétique de raison -10 : 70, 60, 50.

2 Calculer le terme demandé à l'aide du terme général.

- ① a. Vingt pas depuis u_0 .
 $7 + 20 \times 4 = 87$
- ② b. Quatre multiplications par 3.
 $5 \times 81 = 405$
 $3^4 = 81$.
- ③ c. La suite démarre à l'indice 1 : neuf pas seulement.
 $10 + 9 \times 6 = 64$
 $w_{10} = w_1 + 9r$, et non $w_1 + 10r$.

3 Déterminer la raison à partir de deux termes.

- ① a. Entre les indices 3 et 8, il y a cinq pas.
 $31 - 11 = 20$
- ② On divise par le nombre de pas.
 $20 \div 5 = 4$
 $r = 4$.
- ③ On remonte de trois pas depuis u_3 .
 $11 - 3 \times 4 = -1$
 $u_0 = -1$.
- ④ b. Deux pas séparent v_2 de v_4 , donc q^2 est le quotient.
 $108 \div 12 = 9$
- ⑤ Les termes étant positifs, on garde la racine positive.
 $\sqrt{9} = 3$
 $q = 3$.

4 Sens de variation, justifié sans calculer de termes.

- ① a. Arithmétique de raison -3 .
 $12 - 3 = 9$
 $r < 0$: décroissante.
- ② b. Géométrique de raison $0,8$, à termes positifs.
 $4 \times 0,8 = 3,2$
 $0 < q < 1$: décroissante.
- ③ c. Géométrique de raison $1,5$, à termes positifs.
 $2 \times 1,5 = 3$
 $q > 1$: croissante.

5 Calculer les sommes.

- ① a. On applique $\frac{n(n+1)}{2}$ avec $n = 100$.
 $100 \times 101 = 10100$
- ② Puis on divise par 2.
 $10100 \div 2 = 5050$
- ③ b. Le quinzième terme est à quatorze pas du premier.
 $4 + 14 \times 5 = 74$
- ④ Moyenne des extrêmes.
 $\frac{4+74}{2} = 39$
- ⑤ Multipliée par le nombre de termes.
 $15 \times 39 = 585$

6 Un capital de 2 000 € est placé au taux annuel de 3 %.

- ① a. Augmenter de 3 % revient à multiplier par $1 + \frac{3}{100}$, et ce coefficient ne dépend pas de l'année.
 $1 + 0,03 = 1,03$
suite géométrique de raison $1,03$ — le coefficient, pas le taux.
- ② b. Après n multiplications par $1,03$: $C_n = 2000 \times 1,03^n$.
 $2000 \times 1,03 = 2060$
- ③ c. Au bout de deux ans, on multiplie deux fois.
 $2060 \times 1,03 = 2121,8$
- ④ À intérêts simples, on aurait ajouté 60 € deux fois.
 $2000 + 2 \times 60 = 2120$
- ⑤ L'écart tient aux intérêts produits par les intérêts de la première année.
 $2121,8 - 2120 = 1,8$
1,80 € après deux ans — mais l'écart croît sans limite avec la durée.

7 Seuil et somme géométrique.

- ① a. On calcule de proche en proche : 2, 6, 18, 54.
 $18 \times 3 = 54$
- ② Le terme suivant franchit le seuil.
 $54 \times 3 = 162$
 $u_4 = 162 > 100$ et $u_3 = 54 < 100$: le rang cherché est 4.
- ③ b. Cinq termes, donc l'exposant vaut 5.
 $3^5 = 243$
- ④ On applique la formule.
 $\frac{1-243}{1-3} = 121$
- ⑤ Puis on multiplie par le premier terme.
 $2 \times 121 = 242$
contrôle direct : $2 + 6 + 18 + 54 + 162 = 242$.

Corrige-toi toi-même. Compte tes points exercice par exercice : c'est ainsi qu'on voit où l'on perd, et ce n'est presque jamais là où on le croit.

Ce qui est évalué	Points	Ce qui fait perdre le point
-------------------	--------	-----------------------------

Justifier la nature pour un n quelconque	4 pts	Une nature « constatée » sur trois termes
Terme général avec le bon indice de départ	4 pts	$u_1 + nr$ au lieu de $u_1 + (n - 1)r$
Coefficient multiplicateur exact	3 pts	Raison 0,03 pour une hausse de 3 %
Sens de variation justifié par la raison	3 pts	Une conclusion tirée des premiers termes seulement
Nombre de termes d'une somme	3 pts	Un terme oublié aux bornes
Retour au contexte, unité comprise	3 pts	Un capital annoncé sans euros