

CORRIGÉ

2^{de}

Corrigé détaillé
6 exercices

Introduction à la trigonométrie — radian et cercle unité

Ce qui est noté au contrôle, ce n'est pas le résultat seul : c'est le raisonnement posé, puis le calcul mené jusqu'au bout avec l'unité.

1 Convertir

- ① a. $90^\circ = \frac{\pi}{2}$, car $\frac{90}{180} = \frac{1}{2}$.
 $\frac{90}{180} = 0,5$
- ② $45^\circ = \frac{\pi}{4}$ et $120^\circ = \frac{2\pi}{3}$, car $\frac{120}{180} = \frac{2}{3}$.
- ③ b. $\frac{\pi}{6} = 30^\circ$.
 $\frac{180}{6} = 30$
- ④ $\frac{2\pi}{3} = 120^\circ$ et $\pi = 180^\circ$.
 $\frac{2 \times 180}{3} = 120$
- ⑤ c. 2π radians, soit environ 6,28.
 $2 \times 3,14 = 6,28$
- ⑥ Toutes ces conversions se ramènent à la seule égalité $180^\circ = \pi$: il n'y a rien d'autre à retenir.

2 Placer un point sur le cercle

- ① a. Un quart de tour dans le sens direct : le point est en haut du cercle, de coordonnées $(0 ; 1)$.
- ② Donc $\cos \frac{\pi}{2} = 0$ et $\sin \frac{\pi}{2} = 1$.
- ③ b. Un demi-tour : le point est à gauche, en $(-1 ; 0)$. D'où $\cos \pi = -1$ et $\sin \pi = 0$.
- ④ c. Un angle **négatif** se parcourt dans le sens des aiguilles d'une montre : le point est en bas, en $(0 ; -1)$.
- ⑤ Donc $\cos \left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0$ et $\sin \left(-\frac{\pi}{2}\right) = -1$.
- ⑥ C'est l'avantage décisif du cercle : les angles négatifs et obtus reçoivent un cosinus et un sinus, ce que le triangle rectangle ne permettait pas.

3 Les valeurs remarquables

- ① a. $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$ et $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
- ② $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$.
- ③ b. Le carré du cosinus.
 $0,5^2 = 0,25$
- ④ Le carré du sinus, avec $\frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,866$.
 $0,866^2 \approx 0,75$
- ⑤ La somme.
 $0,25 + 0,75 = 1$
- ⑥ La relation est vérifiée, comme elle l'est pour n'importe quel angle — c'est le théorème de Pythagore appliqué au rayon.

4 Retrouver un sinus

- ① a. Le carré du cosinus.
 $\left(\frac{5}{13}\right)^2 \approx 0,148$
- ② Le carré du sinus.
 $1 - 0,148 \approx 0,852$
- ③ La racine.
 $\sqrt{0,852} \approx 0,923$
soit exactement $\frac{12}{13}$, positif car θ est dans le premier quadrant.
- ④ b. Le carré du sinus vaut 0,36.
 $0,6^2 = 0,36$
- ⑤ D'où le carré du cosinus.
 $1 - 0,36 = 0,64$
- ⑥ La racine vaut 0,8, et l'on retient la valeur **positive**.
 $\sqrt{0,64} = 0,8$
- ⑦ L'intervalle $[-\frac{\pi}{2}; 0]$ place le point dans le quart inférieur **droit** : son abscisse est positive, son ordonnée négative — ce que confirment le sinus donné et le cosinus trouvé.

5 Signes selon le quadrant

- ① a. Le point est dans le quart supérieur **gauche** : abscisse négative, ordonnée positive.
- ② Donc $\cos \theta < 0$ et $\sin \theta > 0$.
- ③ b. Quart inférieur gauche : les deux coordonnées sont négatives, donc cosinus et sinus le sont aussi.
- ④ c. En dessinant le cercle et en plaçant le point. Le cosinus est l'abscisse, le sinus l'ordonnée : les signes se lisent sur le dessin.
- ⑤ C'est le grand avantage de la définition par le cercle : aucun tableau de signes à mémoriser.
- ⑥ Un croquis de dix secondes remplace une règle apprise par cœur, et ne se trompe jamais de quadrant.

6 Du triangle au cercle

- ① a. Sur le cercle de rayon 1, le point M , l'origine O et le projeté H de M sur l'axe forment un triangle rectangle en H .
- ② L'hypoténuse OM vaut 1, et le côté adjacent OH vaut l'abscisse de M .
- ③ Le quotient adjacent sur hypoténuse vaut donc $\frac{OH}{1} = OH$, c'est-à-dire l'abscisse — soit exactement la nouvelle définition.
- ④ b. Parce qu'un triangle rectangle ne peut pas contenir d'angle obtus : la somme des angles vaut 180° , et l'angle droit en occupe déjà 90° .
- ⑤ L'ancienne définition n'avait donc aucun sens au-delà de 90° , et encore moins pour un angle négatif.
- ⑥ Le cercle étend la définition sans la contredire : c'est le modèle de ce que font les mathématiques quand elles généralisent une notion.

Corrige-toi toi-même. Compte tes points exercice par exercice : c'est ainsi qu'on voit où l'on perd, et ce n'est presque jamais là où on le croit.

Ce qui est évalué	Points	Ce qui fait perdre le point
Convertir degrés et radians dans le bon sens	3 pts	Multiplier par $\frac{180}{\pi}$ au lieu de l'inverse
Placer correctement un point sur le cercle, sens compris	3 pts	Tourner dans le sens des aiguilles pour un angle positif
Connaître les valeurs remarquables	4 pts	Échanger cosinus et sinus
Employer la relation fondamentale et choisir le signe	4 pts	Donner les deux signes sans trancher
Vérifier que le résultat appartient à $[-1; 1]$	2 pts	Un cosinus supérieur à 1 non détecté