

Équations et inéquations — premier et second degré

Ce qui est noté au contrôle, ce n'est pas le résultat seul : c'est le raisonnement posé, puis le calcul mené jusqu'au bout avec l'unité.

1 Premier degré

- ① a. On rassemble.
 $5x - 2x = 8 + 7$
- ② Puis on divise.
 $\frac{15}{3} = 5$
 $x = 5.$
- ③ b. On isole la fraction.
 $\frac{x}{3} = 3$
- ④ On multiplie par 3.
 $3 \times 3 = 9$
 $x = 9.$
- ⑤ c. On développe d'abord : $4x - 4 = 2x + 6$.
 $4x - 2x = 6 + 4$
- ⑥ D'où le résultat.
 $\frac{10}{2} = 5$
 $x = 5.$

2 Inéquations et sens de l'inégalité

- ① a. On soustrait 5 : le sens ne change pas.
 $\frac{6}{2} = 3$
 $x < 3$, soit $S =] - \infty ; 3[$.
- ② b. On divise par -4 : le sens s'inverse.
 $\frac{12}{-4} = -3$
- ③ D'où $x \leq -3$, soit $S =] - \infty ; -3]$ — crochet fermé, l'inégalité était large.
- ④ c. On isole : $-2x > 6$.
 $\frac{6}{-2} = -3$
- ⑤ En divisant par -2 , le sens s'inverse : $x < -3$, soit $S =] - \infty ; -3[$.
- ⑥ Contrôle sur c avec $x = -4$: $3 - 2 \times (-4) = 11$, et $11 > 9$. La valeur convient bien.

3 Calculer un discriminant

- ① a. $a = 1, b = -4, c = 4$.
 $\Delta = 16 - 16 = 0$
- ② Une racine double.
 $\frac{4}{2} = 2$
 $S = \{2\}.$
- ③ b. $a = 1, b = 1, c = 1$.
 $\Delta = 1 - 4 = -3$
- ④ $\Delta < 0$: aucune solution réelle, $S = \emptyset$. On s'arrête là — il n'y a rien à calculer de plus.
- ⑤ c. $a = 3, b = -5, c = -2$. On calcule $4ac = 3 \times 4 \times (-2) = -24$.
 $\Delta = 25 + 24 = 49$
- ⑥ La racine de 49 vaut 7.
 $\frac{5+7}{6} = 2$
- ⑦ Puis l'autre.
 $\frac{5-7}{6} \approx -0,33$
les solutions sont 2 et $-\frac{1}{3}$.

4 Équation-produit

- ① a. Un produit est nul si l'un des facteurs l'est : $x - 3 = 0$ ou $2x + 5 = 0$.
- ② La seconde donne $x = -2,5$.
 $\frac{-5}{2} = -2,5$
 $S = \{-2,5; 3\}$.
- ③ b. On reconnaît une différence de carrés : $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$.
- ④ D'où $S = \{-3; 3\}$ — plus rapide que le discriminant, qui donnerait le même résultat.
- ⑤ c. Parce que la propriété du produit nul ne vaut **que** pour zéro. Deux nombres de produit 7 peuvent valoir 1 et 7, ou 14 et 0,5 : le produit ne dit rien sur chacun.
- ⑥ Il faudrait développer, tout ramener à zéro, puis appliquer le discriminant.

5 Mise en équation

- ① a. On note x la largeur : la longueur vaut $x + 3$, et l'aire $x(x + 3) = 40$.
- ② On développe et on ramène à zéro : $x^2 + 3x - 40 = 0$.
 $\Delta = 9 + 160 = 169$
- ③ La racine de 169 vaut 13.
 $\frac{-3+13}{2} = 5$
- ④ Puis l'autre.
 $\frac{-3-13}{2} = -8$
- ⑤ b. Avec $x = 5$: largeur 5 cm, longueur 8 cm.
 $5 \times 8 = 40$
- ⑥ c. Parce que -8 est une solution de l'**équation**, pas du **problème** : une largeur ne peut pas être négative.
- ⑦ C'est une étape obligatoire de tout problème mis en équation : revenir au contexte pour écarter les solutions impossibles.

6 Trouver le maximum d'une aire

- ① a. On développe : $40x - 2x^2 = 150$, soit $-2x^2 + 40x - 150 = 0$, ou $x^2 - 20x + 75 = 0$ après division par -2 .
 $\Delta = 400 - 300 = 100$
- ② La racine de 100 vaut 10.
 $\frac{20+10}{2} = 15$
- ③ Puis l'autre.
 $\frac{20-10}{2} = 5$
deux largeurs conviennent, 5 m et 15 m.
- ④ b. Pour 200 : $x^2 - 20x + 100 = 0$.
 $\Delta = 400 - 400 = 0$
- ⑤ Une racine double.
 $\frac{20}{2} = 10$
une seule largeur, 10 m.
- ⑥ c. Une aire atteinte **deux fois** est atteinte de part et d'autre du sommet ; une aire atteinte **une seule fois** l'est exactement au sommet.
- ⑦ Le maximum vaut donc 200 m², pour une largeur de 10 m — ce que les valeurs calculées au chapitre précédent laissaient deviner, et qui est ici démontré.

Corrige-toi toi-même. Compte tes points exercice par exercice : c'est ainsi qu'on voit où l'on perd, et ce n'est presque jamais là où on le croit.

Ce qui est évalué	Points	Ce qui fait perdre le point
Inverser le sens en divisant par un négatif	3 pts	Une inéquation résolue à l'envers
Calculer Δ avec les signes exacts	4 pts	$-4ac$ traité comme une soustraction quand c est négatif
Conclure correctement selon le signe de Δ	3 pts	Chercher des racines quand $\Delta < 0$
Écrire l'ensemble des solutions avec la bonne notation	2 pts	Un crochet fermé sur l'infini

Confronter les solutions au contexte du problème	3 pts	Une largeur négative retenue comme réponse
--	-------	--