COURS

2de

Taux d'évolution — Coefficient multiplicateur et pourcentages

Programme de mathématiques de seconde générale et technologique — arrêté du 26 février 2026, BO n° 14 du 2 avril 2026 — MENE2602914A

Un prix, une population, un effectif changent : on peut dire **de combien** (on soustrait) ou **par combien** (on divise). En seconde, c'est la lecture multiplicative qui commande tout, parce qu'elle s'enchaîne : **augmenter de t %, c'est multiplier par $1 + \dfrac{t}{100}$; des évolutions successives se composent en multipliant les coefficients, et l'on revient en arrière en divisant.** Devant chaque pourcentage, une question reste à poser : exprime-t-il une proportion ou une évolution ?

1 Proportions et pourcentages de pourcentages

DÉFINITION

Soit E un ensemble de référence d'effectif n_E non nul, et A une partie de E d'effectif n_A. La **proportion** de A dans E est le quotient $p = \dfrac{n_A}{n_E}$; c'est un nombre compris entre 0 et 1. Il s'écrit indifféremment sous forme fractionnaire, décimale ou de pourcentage : $\dfrac{3}{20} = 0{,}15 = 15\,\%$.

$$p = \frac{n_A}{n_E} \qquad n_A = p \times n_E \qquad n_E = \frac{n_A}{p} \ (p \neq 0)$$

PARTIE, TOUT OU PROPORTION : QUE CHERCHE-T-ON ?

1. **Nommer l'ensemble de référence** : c'est celui qui suit « de » ou « parmi » dans la phrase du pourcentage.
2. **Partie inconnue** : multiplier le tout par la proportion. **Tout inconnu** : diviser la partie par la proportion. **Proportion inconnue** : diviser la partie par le tout, puis convertir.
3. **Contrôler la vraisemblance** : la partie est plus petite que le tout, et la proportion est entre 0 et 1.

EXEMPLE

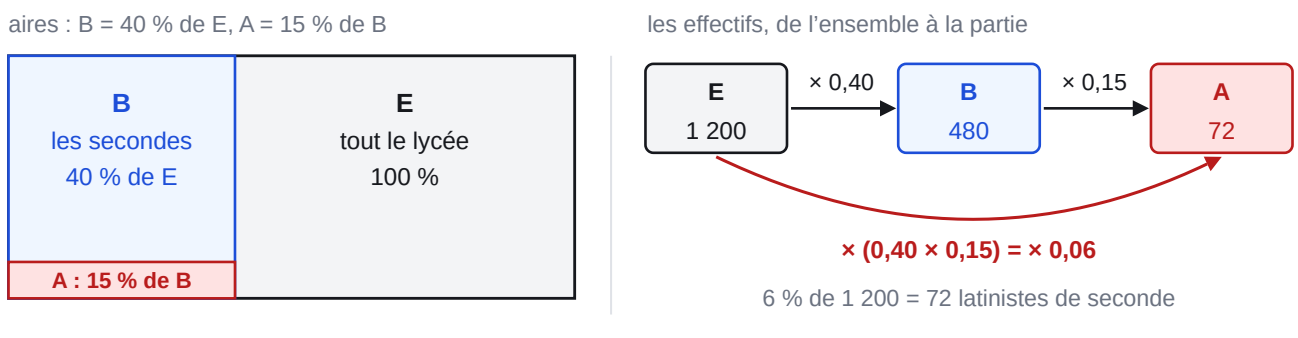
Dans un lycée, les 84 élèves de l'option cinéma représentent 7 % de l'effectif. Combien le lycée compte-t-il d'élèves ? Combien sont demi-pensionnaires, si 45 % le sont ?

1. La partie et la proportion sont connues : on divise.
   $84 \div 0{,}07 = 1\,200$
2. Le tout est maintenant connu : on multiplie.
   $0{,}45 \times 1\,200 = 540$
   contrôle : $0{,}07 \times 1\,200 = 84$, on retrouve l'effectif de l'option.

Le lycée compte 1 200 élèves, dont 540 demi-pensionnaires.

PROPRIÉTÉ

Pourcentage de pourcentage. Si $A \subset B \subset E$, avec $n_B \neq 0$, la proportion de A dans E est le **produit** de la proportion de A dans B par la proportion de B dans E. *Démonstration* : $\dfrac{n_A}{n_E} = \dfrac{n_A}{n_B} \times \dfrac{n_B}{n_E}$, puisque n_B se simplifie.



Le même lycée : 40 % des élèves sont en seconde, et 15 % des élèves de seconde font du latin. À gauche, les aires ; à droite, les effectifs.

EXEMPLE

Dans ce lycée de 1 200 élèves, 40 % sont en seconde et 15 % des élèves de seconde font du latin. Quelle proportion des élèves du lycée sont des latinistes de seconde ? Combien sont-ils ?

1. Les latinistes de seconde forment une partie des secondes, elles-mêmes partie du lycée : on multiplie les proportions.
$0{,}15 \times 0{,}40 = 0{,}06$
2. On applique cette proportion à l'effectif du lycée.
$0{,}06 \times 1\,200 = 72$
contrôle en deux temps : $1\,200 \times 0{,}40 = 480$ secondes, puis $480 \times 0{,}15 = 72$.

6 % des élèves du lycée, soit 72 élèves.

PIÈGE

Calculer $0{,}15 \times 1\,200 = 180$ latinistes. — les 15 % portent sur les élèves de seconde, pas sur tout le lycée. Changer d'ensemble de référence change le résultat.

Ce que ça coûte : tout le calcul qui suit, puisqu'il part d'un effectif faux.

Le réflexe : souligner le « de » ou le « parmi » qui suit chaque pourcentage, et appliquer le pourcentage à cet ensemble-là.

PIÈGE

« 30 % des filles et 20 % des garçons sont internes, donc 50 % des élèves le sont. » — les deux pourcentages n'ont pas le même ensemble de référence : on ne les additionne pas. La proportion d'internes dans la classe est entre 20 % et 30 %, et dépend des nombres de filles et de garçons.

Ce que ça coûte : la question entière : le résultat est faux, et le raisonnement aussi.

Le réflexe : revenir aux effectifs : nombre d'internes, divisé par l'effectif de la classe.

2 Évolution d'une grandeur

DÉFINITION

Une grandeur passe d'une valeur initiale V_1 à une valeur finale V_2, toutes deux **strictement positives**. La **variation absolue** (variation additive) est $V_2 - V_1$; elle s'exprime dans l'unité de la grandeur. Le **coefficient multiplicateur** (variation multiplicative) est $c = \dfrac{V_2}{V_1}$. La **variation relative**, ou **taux d'évolution**, est $t = \dfrac{V_2 - V_1}{V_1}$. Ces deux derniers sont sans unité, et t s'écrit le plus souvent en pourcentage.

$$V_2 - V_1 \qquad c = \frac{V_2}{V_1} \qquad t = \frac{V_2 - V_1}{V_1}$$

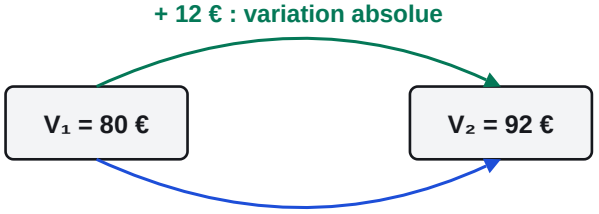
PROPRIÉTÉ

$c = 1 + t$, donc $V_2 = (1 + t) \times V_1$. *Démonstration* : $t = \dfrac{V_2 - V_1}{V_1} = \dfrac{V_2}{V_1} - \dfrac{V_1}{V_1} = c - 1$. Il y a **hausse** si et seulement si $t > 0$, c'est-à-dire $c > 1$, et **baisse** si et seulement si $t < 0$, c'est-à-dire $0 < c < 1$. Comme $V_2 > 0$, on a $c > 0$, donc $t > -1$: une baisse ne dépasse jamais 100 %, alors qu'une hausse le peut (doubler, c'est augmenter de 100 %).

RÈGLE

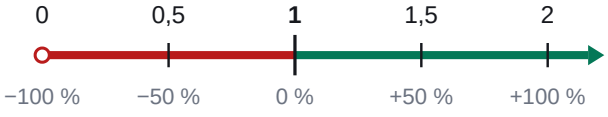
Augmenter de 5 %, c'est multiplier par 1,05 ; diminuer de 5 %, c'est multiplier par 0,95. Plus généralement, augmenter de t % revient à multiplier par $1 + \dfrac{t}{100}$, et diminuer de t % à multiplier par $1 - \dfrac{t}{100}$.

de V_1 à V_2 : deux lectures du même changement



taux : 12 ÷ 80 = 0,15 = + 15 %

où tombe le coefficient c ?



baisse : 0 < c < 1 **hausse : c > 1**

en gris, le taux t = c − 1

À gauche, un même changement lu de deux façons. À droite, le coefficient dit à lui seul s'il y a hausse ou baisse : tout se joue par rapport à 1.

EXPLOITER LA RELATION ENTRE DEUX VALEURS ET LEUR TAUX

1. **Repérer V_1 et V_2** : l'avant et l'après. L'ordre compte, car tout se rapporte à V_1.
2. **Traduire le taux en coefficient** : $c = 1 + t$, avec t négatif pour une baisse.
3. **Valeur finale cherchée** : multiplier V_1 par c. **Valeur initiale cherchée** : diviser V_2 par c. **Taux cherché** : calculer $c = \dfrac{V_2}{V_1}$, puis $t = c - 1$.
4. **Contrôler le sens** : une hausse doit donner $c > 1$ et une valeur qui monte.

EXEMPLE

Le prix d'un abonnement passe de 80 € à 92 €. Donner la variation absolue, le coefficient multiplicateur et le taux d'évolution.

1. La variation absolue, en euros.
   $92 - 80 = 12$
2. Le coefficient multiplicateur.
   $\frac{92}{80} = 1{,}15$
3. Le taux, à partir du coefficient : c'est aussi $12 \div 80$.
   $1{,}15 - 1 = 0{,}15$

+12 €, coefficient 1,15, hausse de 15 %.

EXEMPLE

Après une baisse de 30 %, un manteau coûte 84 €. Quel était son prix avant la baisse ?

1. Le coefficient d'une baisse de 30 %.
   $1 - 0{,}30 = 0{,}70$
2. La valeur initiale est inconnue : on divise par le coefficient.
   $84 \div 0{,}70 = 120$
   contrôle : $120 \times 0{,}70 = 84$.

Le manteau coûtait 120 €.

PIÈGE

Retrouver le prix initial en ajoutant 30 % de 84 € : $84 + 25{,}20 = 109{,}20$ **€.** — les 30 % portent sur le prix initial, inconnu, et non sur 84 €. Contrôle : $109{,}20 \times 0{,}70 = 76{,}44 \neq 84$.

Ce que ça coûte : la réponse, et la confiance du correcteur dans toute la copie.

Le réflexe : pour remonter à V_1, diviser V_2 par le coefficient, puis contrôler en multipliant.

PIÈGE

Calculer le taux de 80 € à 92 € par $12 \div 92 \approx 13\,\%$**.** — un taux d'évolution se rapporte toujours à la valeur **initiale** : le dénominateur est $V_1 = 80$, pas V_2.

Ce que ça coûte : le résultat numérique, même avec une démarche bien rédigée.

Le réflexe : écrire « coefficient = après ÷ avant » avant tout calcul.

Un pourcentage est soit une **proportion** (une partie rapportée à un tout : « 15 % des élèves »), soit une **évolution** (un changement rapporté à la valeur de départ : « les prix ont augmenté de 15 % »). Quand la grandeur qui évolue est elle-même un pourcentage, les deux se mêlent : un taux de réussite qui passe de 60 % à 75 % gagne 15 **points**, mais augmente de 25 %, car $\dfrac{75 - 60}{60} = 0{,}25$.

3 Évolutions successives, évolution réciproque

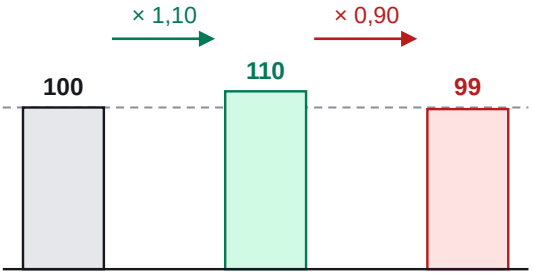
PROPRIÉTÉ

Si une grandeur subit successivement deux évolutions de coefficients multiplicateurs c_1 puis c_2, le **coefficient global** est le produit $c_1 \times c_2$, et le taux global vaut $c_1 \times c_2 - 1$. *Démonstration* : $V_2 = c_1 V_1$ et $V_3 = c_2 V_2$, donc $V_3 = (c_1 c_2) V_1$. Le résultat s'étend à un nombre quelconque d'évolutions, dans n'importe quel ordre : n hausses successives de taux t ont pour coefficient global $(1 + t)^n$.

PROPRIÉTÉ

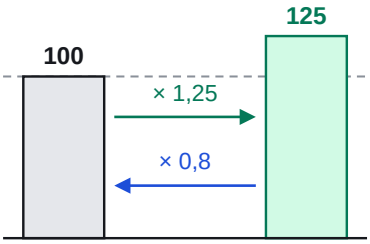
L'évolution **réciproque** de l'évolution de V_1 à V_2 est celle qui ramène de V_2 à V_1. Son coefficient multiplicateur est l'**inverse** $\dfrac{1}{c}$, puisque $V_1 = \dfrac{1}{c} \times V_2$; son taux est donc $\dfrac{1}{1 + t} - 1$.

évolutions successives : on multiplie



global : × 1,10 × 0,90 = × 0,99, soit − 1 %

évolution réciproque : on inverse



1 ÷ 1,25 = 0,8 : baisse de 20 %, pas de 25 %

Une hausse de 10 % puis une baisse de 10 % ne ramènent pas à 100 : la baisse porte sur 110. Pour annuler une hausse de 25 %, une baisse de 20 % suffit.

COMPOSER OU INVERSER DES ÉVOLUTIONS

1. **Traduire chaque taux en coefficient**, signe compris : $-10\,\%$ donne $0{,}90$.
2. **Évolutions successives** : multiplier les coefficients. On n'additionne jamais les taux.
3. **Évolution réciproque** : prendre l'inverse du coefficient.
4. **Revenir au taux** par $t = c - 1$, en n'arrondissant qu'à la fin.

EXEMPLE

Un prix augmente de 10 %, puis baisse de 10 %. Quelle est l'évolution globale ? Quel taux annulerait une hausse de 25 % ?

1. Évolutions successives : on multiplie les deux coefficients.
   $1{,}10 \times 0{,}90 = 0{,}99$
   taux global : $0{,}99 - 1 = -0{,}01$.
2. Évolution réciproque : on inverse le coefficient 1,25.
   $\frac{1}{1{,}25} = 0{,}8$
   taux : $0{,}8 - 1 = -0{,}2$; contrôle : $100 \times 1{,}25 \times 0{,}8 = 100$.

Une baisse globale de 1 % ; une baisse de 20 % annule une hausse de 25 %.

PIÈGE

« +10 % puis −10 %, le prix n'a pas changé. » « La réciproque d'une hausse de 25 % est une baisse de 25 %. » — la seconde évolution s'applique à une valeur déjà modifiée, pas à la valeur de départ : les taux ne s'additionnent pas et ne s'opposent pas. Ce sont les coefficients qui se multiplient et s'inversent : $1{,}1 \times 0{,}9 = 0{,}99$ et $\dfrac{1}{1{,}25} = 0{,}8$.

Ce que ça coûte : la question, et souvent les suivantes, qui réutilisent le taux global.

Le réflexe : passer aux coefficients avant toute opération, et tester sur une valeur de départ de 100.

À VÉRIFIER

- Ai-je nommé l'**ensemble de référence** de chaque pourcentage ?
- Ce pourcentage est-il une **proportion** ou une **évolution** ?
- Ai-je traduit chaque taux en **coefficient multiplicateur**, signe compris ?
- Mon taux est-il rapporté à la **valeur initiale** ?
- Évolutions successives : ai-je **multiplié** les coefficients ? Réciproque : ai-je pris l'**inverse** ?
- Mon résultat est-il **vraisemblable** : une partie plus petite que le tout, une hausse qui fait monter ?

À RETENIR

- Proportion : $p = \dfrac{n_A}{n_E}$, partie $= p \times$ tout, et tout $=$ partie $\div$ p si $p \neq 0$
- Si $A \subset B \subset E$, les proportions se **multiplient**.
- $c = \dfrac{V_2}{V_1}$, $t = \dfrac{V_2 - V_1}{V_1}$, et $c = 1 + t$.
- Hausse de 5 % : $\times 1{,}05$; baisse de 5 % : $\times 0{,}95$.
- Évolutions successives : produit des coefficients ; réciproque : inverse du coefficient.
- Un taux d'évolution se rapporte toujours à la valeur **initiale**.