

Fonctions de référence : carré, racine, inverse, cube

Ce qui est noté au contrôle, ce n'est pas le résultat seul : c'est le raisonnement posé, puis le calcul mené jusqu'au bout avec l'unité.

1 Domaines et variations

- ① a. Carré et cube : $\mathbb{R}$. Racine : $[0 ; +\infty[$. Inverse : $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.
- ② b. Le **cube**, et lui seul. Le carré change de sens en 0, la racine n'est définie qu'à droite, l'inverse a un trou.
- ③ c. Paire : le carré. Impaires : l'inverse et le cube.
- ④ La racine n'est ni l'une ni l'autre : son domaine n'est pas symétrique, ce qui suffit à l'exclure.
- ⑤ Ce dernier point est un raisonnement utile : une fonction dont le domaine n'est pas symétrique par rapport à 0 ne peut être ni paire ni impaire.

2 Comparer sans calculatrice

- ① a. La racine est croissante sur $[0 ; +\infty[$ et $15 < 17$, donc $\sqrt{15} < \sqrt{17}$.
- ② b. L'inverse est décroissante sur $]0 ; +\infty[$ et $4 < 7$, donc l'ordre s'inverse : $\frac{1}{4} > \frac{1}{7}$.
- ③ c. Les deux nombres sont négatifs, et le carré est **décroissant** sur $] -\infty ; 0]$.
- ④ Comme $-5 < -3$, l'ordre s'inverse.
 $(-5)^2 = 25$
- ⑤ Puis la deuxième.
 $(-3)^2 = 9$
et en effet $25 > 9$.
- ⑥ Chaque réponse nomme l'intervalle et le sens de variation avant de conclure : c'est ce qui est attendu, et le calcul ne sert qu'à contrôler.

3 Reconnaître une courbe transformée

- ① a. La parabole de référence, translatée de 3 vers le **haut**. Son minimum vaut 3, atteint en 0.
- ② b. La parabole translatée de 2 vers la **droite** : le carré s'annule lorsque $x - 2 = 0$, donc en $x = 2$.
- ③ Son minimum vaut 0, atteint en 2.
- ④ c. La parabole **retournée** par rapport à l'axe des abscisses : elle s'ouvre vers le bas.
- ⑤ Son extremum change de nature : ce n'est plus un minimum mais un **maximum**, valant 0 en 0.
- ⑥ Le retournement échange systématiquement maximum et minimum — c'est la conséquence à ne pas oublier.

4 Résoudre graphiquement

- ① a. $x^2 = 5$: deux solutions, $\sqrt{5}$ et $-\sqrt{5}$ — la droite horizontale coupe la parabole en deux points.
- ② $x^2 = -2$: aucune. Un carré n'est jamais négatif, et la droite $y = -2$ passe sous la parabole.
- ③ b. Aucune : l'hyperbole s'approche de l'axe des abscisses sans jamais l'atteindre.
- ④ Algébriquement, $\frac{1}{x} = 0$ donnerait $1 = 0$, ce qui est impossible.
- ⑤ c. Exactement une. La fonction cube étant croissante sur $\mathbb{R}$ entier, toute droite horizontale la coupe une fois et une seule.
- ⑥ C'est la conséquence pratique de la croissance stricte, et elle vaut pour toute équation $x^3 = k$.

5 Le carré entre 0 et 1

- ① a. Les trois carrés.
 $0,9^2 = 0,81$
- ② Puis la deuxième.
 $0,5^2 = 0,25$
- ③ Puis la suivante.
 $0,1^2 = 0,01$
- ④ b. Chaque carré est **plus petit** que le nombre de départ. Élever au carré un nombre compris entre 0 et 1 le rapproche de zéro.
- ⑤ Et plus le nombre est petit, plus l'écart est spectaculaire : 0,1 devient 0,01, soit dix fois moins.
- ⑥ c. Deux nombres seulement : 0 et 1. On résout $x^2 - x = 0$, soit $x(x - 1) = 0$.
- ⑦ Ce sont les deux points fixes du carré, et ils marquent la frontière entre les deux comportements.

6 Un problème d'inverse

- ① a. La durée est le quotient de la distance par la vitesse.
 $t(v) = \frac{120}{v}$
- ② C'est la fonction inverse, multipliée par 120. Son domaine ici est $]0 ; +\infty[$: une vitesse nulle n'a pas de sens.
- ③ Les trois valeurs.
 $\frac{120}{40} = 3$
- ④ Puis la deuxième.
 $\frac{120}{60} = 2$
- ⑤ Puis la suivante.
 $\frac{120}{120} = 1$
- ⑥ c. Oui. Passer de 60 à 120 km/h fait passer la durée de 2 h à 1 h.
- ⑦ C'est la propriété de la fonction inverse : multiplier v par un nombre divise t par ce même nombre. On dit que t et v sont **inversement proportionnelles**.

Corrige-toi toi-même. Compte tes points exercice par exercice : c'est ainsi qu'on voit où l'on perd, et ce n'est presque jamais là où on le croit.

Ce qui est évalué	Points	Ce qui fait perdre le point
Donner domaine et variations d'une fonction de référence	3 pts	« L'inverse est décroissante sur son domaine »
Comparer deux images en invoquant le sens de variation	4 pts	Comparer à la calculatrice sans justifier
Reconnaître une transformation dans l'écriture	4 pts	Décaler à droite ce que $f(x + 3)$ décale à gauche
Compter les solutions d'une équation à partir de la courbe	3 pts	Oublier la seconde solution d'un carré
Rédiger une conclusion avec unité	2 pts	Une durée sans heures