

Généralités sur les fonctions

Ce qui est noté au contrôle, ce n'est pas le résultat seul : c'est le raisonnement posé, puis le calcul mené jusqu'au bout avec l'unité.

1 Images et antécédents par le calcul

- ① **a.** On remplace x par 4.
 $2 \times 4 - 5 = 3$
- ② Puis par -1 .
 $2 \times (-1) - 5 = -7$
 $f(4) = 3$ et $f(-1) = -7$.
- ③ **b.** On résout $2x - 5 = 3$, soit $2x = 8$.
 $\frac{8}{2} = 4$
- ④ L'antécédent de 3 est 4 — ce que le calcul de **a** avait déjà donné dans l'autre sens.
- ⑤ **c.** On résout $x^2 = 16$: deux solutions, 4 et -4 .
 $(-4)^2 = 16$
- ⑥ Ne donner que 4 serait une réponse incomplète : une image peut avoir plusieurs antécédents, et le carré en donne systématiquement deux.

2 Déterminer un domaine

- ① **a.** Le dénominateur s'annule pour $x = 3$: le domaine est $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.
- ② **b.** La racine exige $x + 5 \geq 0$, donc $x \geq -5$: le domaine est $[-5; +\infty[$.
- ③ **c.** Deux conditions à la fois : $x \geq 0$ pour la racine, et $x \neq 2$ pour le dénominateur.
- ④ Le domaine est donc $[0; 2[\cup]2; +\infty[$.
- ⑤ Le cas **c** est celui qui coûte le plus de points : on pense à un interdit et on oublie l'autre.
- ⑥ Réflexe : parcourir l'expression de gauche à droite et lister chaque dénominateur et chaque racine avant de conclure.

3 Lire un tableau de variations

- ① **a.** Le maximum vaut 4, atteint en $x = 1$: c'est le sommet, là où la fonction cesse de croître.
- ② **b.** Le minimum vaut -2 , atteint en $x = -3$. On compare les deux valeurs aux bornes, -2 et 0, et l'on retient la plus petite.
- ③ **c.** Deux solutions. La valeur 3 est comprise entre -2 et 4, donc atteinte une fois pendant la montée.
- ④ Elle est aussi comprise entre 0 et 4, donc atteinte une seconde fois pendant la descente.
- ⑤ Le raisonnement s'appuie uniquement sur les variations : on n'a jamais eu besoin de l'expression de f .
- ⑥ C'est l'intérêt du tableau de variations : il permet de compter les solutions d'une équation qu'on ne sait pas résoudre.

4 Étudier la parité

- ① **a.** $f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x)$: la fonction est **impaire**.
 $(-2)^3 = -8$
- ② **b.** $g(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 = g(x)$: la fonction est **paire**.
- ③ **c.** $h(-x) = x^2 - x$. Ce n'est ni $h(x)$, ni $-h(x)$: la fonction n'est **ni paire ni impaire**.
- ④ Un contre-exemple suffit à le prouver : $h(1) = 2$ et $h(-1) = 0$.
 $1^2 + 1 = 2$
- ⑤ Or ni $0 = 2$, ni $0 = -2$. La conclusion est acquise sans étude générale.
- ⑥ C'est la méthode la plus rapide pour écarter la parité : un seul couple de valeurs bien choisi.

5 Du graphique aux réponses

- ① a. Croissante sur $[0 ; 3]$, décroissante sur $[3 ; 6]$, croissante sur $[6 ; 9]$.
- ② Les valeurs remarquables : $f(0) = 2$, maximum local 7 en 3, minimum -1 en 6, $f(9) = 5$.
- ③ b. Trois solutions : une pendant la première montée (entre 0 et 3), une pendant la descente (entre 3 et 6), et $x = 9$ exactement.
- ④ c. L'ensemble est une **réunion d'intervalles** : les x pour lesquels la courbe est au-dessus de la droite horizontale $y = 5$.
- ⑤ Il comprend une portion autour du sommet — entre la première et la deuxième solution — et le point 9 seul, ou un intervalle si la courbe continuait au-delà.
- ⑥ Le graphique ne donne pas les valeurs exactes : il donne le **nombre** de solutions et leur position. C'est déjà l'essentiel.
- ⑦ Un devoir doit le dire : « graphiquement, environ 2,4 » n'est pas une faute si l'on précise que la lecture est approchée.

6 Un problème d'optimisation

- ① a. Le grillage couvre deux largeurs et une longueur : $2x + L = 40$, donc $L = 40 - 2x$.
- ② L'aire est le produit des deux dimensions.
 $A(x) = x(40 - 2x)$
- ③ b. Une largeur est positive, et la longueur aussi : $x > 0$ et $40 - 2x > 0$, donc $x < 20$.
- ④ Le domaine est $]0 ; 20[$ — imposé par la situation, non par l'expression.
- ⑤ c. Les trois valeurs.
 $A(5) = 5 \times 30 = 150$
- ⑥ Puis la deuxième.
 $A(10) = 10 \times 20 = 200$
- ⑦ Puis la suivante.
 $A(15) = 15 \times 10 = 150$
- ⑧ L'aire semble maximale autour de $x = 10$, où elle vaut 200 m^2 . La symétrie des deux valeurs extrêmes le suggère fortement — et le chapitre sur le second degré le démontrera.

Corrige-toi toi-même. Compte tes points exercice par exercice : c'est ainsi qu'on voit où l'on perd, et ce n'est presque jamais là où on le croit.

Ce qui est évalué	Points	Ce qui fait perdre le point
Déterminer un domaine en listant tous les interdits	3 pts	Oublier une condition quand il y en a deux
Distinguer image et antécédent, et lire dans le bon sens	4 pts	Donner un seul antécédent quand il y en a deux
Énoncer un extremum comme une valeur atteinte en un point	3 pts	« Le maximum est 1 » pour un maximum de 4 atteint en 1
Étudier la parité par le calcul de $f(-x)$	3 pts	Conclure d'après l'allure de la courbe
Rédiger : phrase de conclusion et unités	2 pts	Un résultat nu, sans phrase