CORRIGÉ

2de

Corrigé détaillé
10 exercices

Sens de variation — Fonctions affines et tableaux

> Ce qui est noté au contrôle, ce n'est pas le résultat seul : c'est le raisonnement posé, puis le calcul mené jusqu'au bout avec l'unité.

1 Lire des variations sur une courbe

1. **a.** $f(-3)=1$; $f(-1)=4$; $f(2)=-2$; $f(4)=3$.
2. **b.** f est croissante sur $[-3\,;-1]$, décroissante sur $[-1\,;2]$, croissante sur $[2\,;4]$:

x	-3		-1		2		4
			4				3
f		↗		↘		↗	
	1				-2		

3. **c.** $-2{,}5$ et $-1{,}5$ sont tous deux dans $[-3\,;-1]$, où f est croissante. Comme $-2{,}5<-1{,}5$, on a $f(-2{,}5)<f(-1{,}5)$.
4. **d. Non** : 0 est dans $[-1\,;2]$, où f décroît, et 3 dans $[2\,;4]$, où elle croît, deux intervalles différents. Sur la courbe : $f(0)=2$ et $f(3)=0{,}5$, donc $f(0)>f(3)$.
5. **e.** Les racines sont 1 et $2{,}8$:

x	-3		1		$2{,}8$		4
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

f est **croissante** sur $[2\,;4]$ mais **négative** sur $[2\,;2{,}8[$: variations et signe sont différents.

2 Vrai ou faux ? Justifier.

1. **a. Faux.** Deux valeurs ne suffisent pas : la fonction pourrait descendre entre 1 et 3, puis remonter.
2. **b. Faux.** Contre-exemple : $f(x)=x-10$ est croissante sur $[0\,;5]$, mais $f(0)=-10<0$.
3. **c. Vrai.** $2<7$ et f est décroissante, donc l'ordre s'inverse : $f(2)>f(7)$.
4. **d. Vrai.** C'est une fonction affine de coefficient $m=-5$, négatif.
5. **e. Faux.** $-2x+3>0$ équivaut à $-2x>-3$, soit $x<\dfrac{3}{2}$: on divise par -2, le sens s'inverse.

3 Du texte au tableau

1. **a.** Le tableau :

x	-4		1		6
			5		
f		↗		↘	
	-2				0

2. **b.** Le maximum de f sur $[-4\,;6]$ vaut 5, atteint en $x=1$.
3. **c.** -3 et 0 sont dans $[-4\,;1]$, où f est croissante, et $-3<0$: donc $f(-3)<f(0)$.
4. **d.** 2 et 5 sont dans $[1\,;6]$, où f est décroissante, et $2<5$: donc $f(2)>f(5)$.
5. **e. Non**, pas avec ces seules informations : -3 et 4 ne sont pas dans le même intervalle de variation.

4 Démontrer : coefficient positif

1. Soit a et b deux réels tels que $a<b$.
2. $3>0$, donc $3a<3b$: le sens est conservé.
3. On ajoute 5 : $3a+5<3b+5$, c'est-à-dire $f(a)<f(b)$.
4. Donc f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

5 Démontrer : coefficient négatif

1. **a.** Soit $a < b$ dans $[-1\,;2]$. $-4 < 0$, donc le sens s'inverse : $-4a > -4b$.
2. On ajoute 1 : $-4a + 1 > -4b + 1$, soit $g(a) > g(b)$. Donc g est strictement décroissante sur $[-1\,;2]$.
3. **b.** Les images aux bornes :
   $g(-1) = -4 \times (-1) + 1 = 5$ $\qquad$ $g(2) = -4 \times 2 + 1 = -7$
4. Le tableau :

x	-1		2
	5		
g		$\searrow$	
			-7

---

6 Racine, signe et position de la courbe

1. **a.** $5x - 10 = 0$ équivaut à $5x = 10$, soit $x = 2$. Contrôle :
   $5 \times 2 - 10 = 0$
2. **b.** $m = 5 > 0$: $h(x)$ est négatif à gauche de 2, positif à droite.

x	0		2		6
$h(x)$		$-$	0	$+$	

3. **c.** $h(x) > 0$ sur $]2\,;6]$: la courbe est au-dessus de l'axe des abscisses sur $]2\,;6]$.

---

7 Tout sur une même fonction

1. **a.** Soit $a < b$ dans $[-2\,;10]$. $-\dfrac{1}{2} < 0$, donc $-\dfrac{1}{2}a > -\dfrac{1}{2}b$. On ajoute 3 : $k(a) > k(b)$. Donc k est strictement décroissante sur $[-2\,;10]$.
2. **b.** Les images aux bornes :
   $k(-2) = -\frac{1}{2} \times (-2) + 3 = 4$ $\qquad$ $k(10) = -\frac{1}{2} \times 10 + 3 = -2$
3. Le tableau :

x	-2		10
	4		
k		$\searrow$	
			-2

4. **c.** $-\dfrac{1}{2}x + 3 = 0$ équivaut à $3 = \dfrac{1}{2}x$, soit $x = 6$. Contrôle :
   $-\frac{1}{2} \times 6 + 3 = 0$
5. $m = -\dfrac{1}{2} < 0$: positif à gauche de 6, négatif à droite.

x	-2		6		10
$k(x)$		$+$	0	$-$	

---

8 Repérer l'erreur

1. **a.** Lou multiplie par -3, un nombre **négatif**, sans inverser le sens : l'inégalité $-3a < -3b$ est fausse.
2. **b.** Soit $a < b$. $-3 < 0$, donc $-3a > -3b$. On ajoute 2 : $-3a + 2 > -3b + 2$, soit $f(a) > f(b)$.
3. Donc f est strictement **décroissante** sur $\mathbb{R}$. Contrôle rapide : $f(0) = 2$, et la valeur baisse bien :
   $f(1) = -3 \times 1 + 2 = -1$

---

9 Une location de vélo coûte 12 € de forfait, plus $0{,}80$ € par kilomètre. Le prix, en euros, pour x kilomètres est $P(x) = 0{,}8x + 12$, pour x dans $[0\,;100]$.

1. **a.** Soit $a < b$ dans $[0\,;100]$. $0{,}8 > 0$, donc $0{,}8a < 0{,}8b$, puis $0{,}8a + 12 < 0{,}8b + 12$, soit $P(a) < P(b)$. P est strictement croissante sur $[0\,;100]$: **plus on roule, plus on paie**.
2. **b.** $P(0) = 12$ et
   $P(100) = 0{,}8 \times 100 + 12 = 92$
3. Le tableau :

x	0		100
			92
P		$\nearrow$	
	12		

4. **c.** $0{,}8x + 12 \leqslant 50$ équivaut à $0{,}8x \leqslant 38$, soit $x \leqslant 47{,}5$: on divise par $0{,}8 > 0$, le sens est conservé.
   $38 \div 0{,}8 = 47{,}5$
5. On peut parcourir au maximum $47{,}5$ km.

---

10 La méthode de la différence

1. **a.** $f(b) - f(a) = (-2b + 3) - (-2a + 3) = -2b + 3 + 2a - 3 = -2b + 2a = -2(b - a)$.
2. **b.** Si $a < b$, alors $b - a > 0$, donc $-2(b - a) < 0$: $f(b) - f(a) < 0$, soit $f(b) < f(a)$. f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.
3. **c.** $u(b) - u(a) = (7b - 4) - (7a - 4) = 7(b - a)$.
4. Si $a < b$, alors $b - a > 0$, donc $7(b - a) > 0$: $u(b) > u(a)$. u est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

Corrige-toi toi-même. Compte tes points exercice par exercice : c'est ainsi qu'on voit où l'on perd, et ce n'est presque jamais là où on le croit.

Ce qui est évalué	Points	Ce qui fait perdre le point
Démontrer le sens de variation d'une fonction affine, avec $a < b$ quelconques	5 pts	Garder le sens en multipliant par un négatif, ou vérifier sur deux nombres seulement
Dresser un tableau de variations : flèches et images calculées	4 pts	Des $+$ et des $-$ au lieu de valeurs, ou une image fausse au bout d'une flèche
Comparer deux images par le sens de variation	3 pts	Comparer deux nombres situés dans deux intervalles de variation différents
Racine et tableau de signes d'une fonction affine	4 pts	Une racine de signe faux, non contrôlée, ou des signes inversés
Interpréter : position de la courbe, sens concret du résultat	2 pts	Confondre « décroissante » et « négative »
Rédiger : intervalle précisé et phrase de conclusion	2 pts	« f est croissante » sans intervalle, ou un résultat sans phrase