COURS

2de

Sens de variation — Fonctions affines et tableaux

Programme de mathématiques de seconde générale et technologique — arrêté du 26 février 2026, BO n° 14 du 2 avril 2026 — MENE2602914A

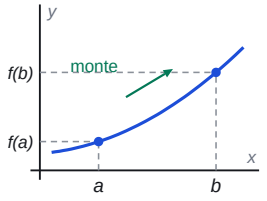
Une fonction ne fait pas que donner des images : quand x augmente, ses valeurs montent, descendent, ou montent puis descendent. On apprend ici à le dire, à le résumer dans un tableau, et à le **démontrer** pour une fonction affine : **$mx+p$ est croissante si $m>0$, décroissante si $m<0$, car multiplier une inégalité par un négatif en inverse le sens.**

1 Fonction croissante, fonction décroissante

DÉFINITION

Soit f une fonction définie sur un intervalle I. On dit que f est **strictement croissante sur I** si, pour **tous** réels a et b de I, $a<b$ entraîne $f(a)<f(b)$. Les images sont rangées **dans le même ordre** que les nombres de départ : quand x augmente, $f(x)$ augmente, et la courbe **monte** quand on la lit de gauche à droite.

$$a<b \implies f(a)<f(b)$$

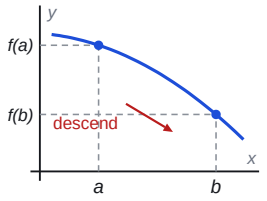


De a vers b, $f(x)$ augmente : la courbe monte.

DÉFINITION

f est **strictement décroissante sur I** si, pour tous réels a et b de I, $a<b$ entraîne $f(a)>f(b)$. Les images sont rangées **dans l'ordre inverse** : la courbe **descend** de gauche à droite.

$$a<b \implies f(a)>f(b)$$



De a vers b, $f(x)$ diminue : la courbe descend.

Avec $f(a)\leqslant f(b)$ au lieu de $f(a)<f(b)$, on dit que f est **croissante** sur I ; avec $f(a)\geqslant f(b)$, **décroissante**. Une fonction croissante sur I, ou décroissante sur I, est dite **monotone** sur I. **Lire une courbe de gauche à droite**, comme une phrase : « monte » = croissante, « descend » = décroissante. Et toujours préciser **sur quel intervalle** : une fonction peut monter puis descendre.

COMPARER DEUX IMAGES SANS LES CALCULER

1. Vérifier que a et b sont **dans un même intervalle** où f est monotone.
2. Ranger les deux nombres : écrire $a<b$.
3. Appliquer la définition : l'ordre est **conservé** si f est croissante sur cet intervalle, **inversé** si elle est décroissante.

EXEMPLE

f est strictement croissante sur $[0\,;5]$. Comparer $f(1{,}2)$ et $f(3)$.

1. $1{,}2$ et 3 sont tous deux dans $[0\,;5]$, où f est strictement croissante.
2. $1{,}2<3$, et une fonction croissante conserve l'ordre.

$f(1{,}2)<f(3)$, sans avoir calculé ni l'une ni l'autre.

PIÈGE

« $f(1) < f(3)$, donc f est croissante sur $[1\,;3]$. » — deux valeurs ne suffisent pas : la courbe peut descendre entre 1 et 3, puis remonter. La définition parle de **tous** les $a < b$.

Ce que ça coûte : la conclusion n'est pas justifiée : le raisonnement ne compte pas.

Le réflexe : un exemple **vérifie**, il ne **démontre** pas : partir de a et b quelconques.

PIÈGE

Comparer $f(a)$ et $f(b)$ par les variations quand a et b sont dans deux intervalles de variation différents. — le sens de variation ne relie que des nombres d'un **même** intervalle où f est monotone ; de part et d'autre d'un changement de sens, tout peut arriver.

Ce que ça coûte : une comparaison fausse, ou juste par hasard et donc sans valeur.

Le réflexe : repérer d'abord l'intervalle de chaque nombre ; s'ils diffèrent, il faut une autre information, une valeur lue ou calculée.

PIÈGE

Écrire « f est croissante », sans intervalle. — une fonction peut croître sur un intervalle et décroître sur un autre : sans intervalle, la phrase est fausse ou vide.

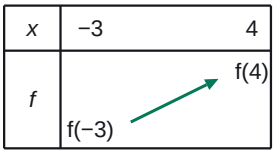
Ce que ça coûte : une conclusion incomplète, donc inexacte.

Le réflexe : toujours « croissante **sur** $[-1\,;5]$ ».

2 Le tableau de variations

DÉFINITION

Il résume le sens de variation sur chaque intervalle. En haut, les valeurs de x : les bornes et les valeurs où le sens change. En bas, une **flèche** par intervalle (montante : croissante ; descendante : décroissante) et, au bout de chaque flèche, l'**image** $f(x)$. Par convention, une flèche indique une fonction strictement monotone dont la courbe se trace sans lever le crayon.



f strictement croissante sur $[-3\,;4]$: la flèche monte de $f(-3)$ à $f(4)$.

DRESSER UN TABLEAU DE VARIATIONS

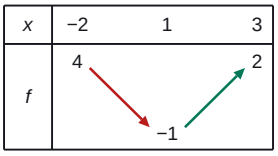
1. Écrire sur la ligne x les **bornes** de l'intervalle et les valeurs où le sens change.
2. Tracer une flèche par intervalle : vers le haut si f y est croissante, vers le bas si elle y est décroissante.
3. **Calculer** les images aux extrémités des flèches et les écrire au bout de chaque flèche.
4. Vérifier : une flèche qui monte va d'une valeur plus petite vers une plus grande.

EXEMPLE

f est strictement décroissante sur $[-2\,;1]$, strictement croissante sur $[1\,;3]$, avec $f(-2) = 4$, $f(1) = -1$ et $f(3) = 2$. Dresser son tableau de variations.

1. Ligne x : les bornes -2 et 3, et 1, où le sens change.
2. Une flèche descendante de 4 à -1, puis une flèche montante de -1 à 2. Contrôle : $4 > -1$ et $-1 < 2$.

le tableau ci-contre ; il montre aussi que -1 est la plus petite valeur de f sur $[-2\,;3]$.



Une flèche par intervalle, une image au bout de chacune.

Les **extremums** (maximum, minimum) se lisent aux sommets et aux creux du tableau : leur définition et leur lecture sont dans la fiche « Généralités sur les fonctions ». Les variations du carré, de l'inverse et des autres fonctions de référence, dans la fiche « Fonctions de référence » ; le tableau de signes d'un **produit** ou d'un **quotient**, dans la fiche « Équations et inéquations — premier et second degré ».

PIÈGE

Mettre des $+$ et des $-$ dans un tableau de variations, ou $f(x)$ seul au bout des flèches. — un tableau de **variations** porte des flèches et des **valeurs** ($f(-1) = -5$, par exemple). C'est le tableau de **signes** qui porte des $+$, des $-$ et des 0.

Ce que ça coûte : le tableau ne dit plus ce qu'on demandait : il est compté faux.

Le réflexe : variations : flèches et images calculées ; signes : $+$, $-$ et 0.

3 Inégalités et sens de variation d'une fonction affine

RÈGLE

Ajouter ou soustraire un même nombre aux deux membres : l'inégalité **garde son sens**, $a < b$ entraîne $a + 3 < b + 3$.
Multiplier ou diviser par un nombre **positif** : le sens est **conservé**, $a < b$ entraîne $4a < 4b$. Par un nombre **négatif** : le sens est **inversé**, $a < b$ entraîne $-2a > -2b$.

DÉMONTRER LE SENS DE VARIATION DE MX + P

1. Écrire : « Soit a et b deux réels de I tels que $a < b$. »
2. Multiplier par m en disant s'il est **positif** (sens conservé) ou **négatif** (sens inversé).
3. Ajouter p : le sens ne change pas.
4. Conclure : « donc $f(a) < f(b)$: f est strictement croissante sur I » (ou $f(a) > f(b)$ et décroissante).

EXEMPLE

Démontrer le sens de variation de $f(x) = 4x - 1$ sur $[-1\,;5]$, puis dresser son tableau de variations.

1. Soit a et b deux réels de $[-1\,;5]$ tels que $a < b$. On multiplie par 4, qui est **positif** : $4a < 4b$.
2. On soustrait 1 : $4a - 1 < 4b - 1$, c'est-à-dire $f(a) < f(b)$.
3. Images aux bornes :
   $f(-1) = 4 \times (-1) - 1 = -5 \qquad f(5) = 4 \times 5 - 1 = 19$

f est strictement croissante sur $[-1\,;5]$, de -5 à 19.

x	-1	5
f	-5 ↗	19

$f(x) = 4x - 1 : m = 4 > 0$, *la flèche monte.*

EXEMPLE

Démontrer le sens de variation de $f(x) = -2x + 3$ sur $[0\,;4]$.

1. Soit $a < b$ dans $[0\,;4]$. On multiplie par -2, qui est **négatif** : le sens **s'inverse**, $-2a > -2b$.
2. On ajoute 3 : $-2a + 3 > -2b + 3$, c'est-à-dire $f(a) > f(b)$.
3. Images aux bornes : $f(0) = 3$ et
   $f(4) = -2 \times 4 + 3 = -5$

f est strictement décroissante sur $[0\,;4]$, de 3 à -5.

x	0	4
f	3 ↘	-5

$f(x) = -2x + 3 : m = -2 < 0$, *la flèche descend.*

PROPRIÉTÉ

(Démontrée.) La fonction affine $f(x) = mx + p$ est **strictement croissante sur $\mathbb{R}$ si $m > 0$**, **strictement décroissante sur $\mathbb{R}$ si $m < 0$**, et constante si $m = 0$. La preuve est celle des exemples, avec m à la place de 4 ou de -2. Ce résultat se retient ; mais si l'énoncé dit « **démontrer** », il faut écrire le raisonnement.

Autre méthode : la différence. $a < b$ revient à dire que $b - a > 0$; on calcule alors $f(b) - f(a)$. Pour $f(x) = -2x + 3$: $f(b) - f(a) = (-2b + 3) - (-2a + 3) = -2(b - a)$. Comme $b - a > 0$, ce nombre est **négatif**, donc $f(b) < f(a)$: f est décroissante. En général, $f(b) - f(a) = m(b - a)$ a le signe de m ; c'est la méthode qui sert aussi pour le carré et l'inverse (fiche « Fonctions de référence »).

PIÈGE

Multiplier par -2 sans changer le sens : « $a < b$, donc $-2a < -2b$ ». — multiplier par un négatif **inverse** l'ordre : avec $a = 1$ et $b = 2$, on obtient -2 et -4, et $-2 > -4$.

Ce que ça coûte : le sens de variation trouvé est le contraire du bon : démonstration et tableau sont faux.

Le réflexe : dès qu'on multiplie ou divise par un **négatif**, retourner le symbole, et le dire : « $-2 < 0$, donc $-2a > -2b$ ».

PIÈGE

Vérifier sur deux nombres, puis écrire « donc c'est démontré ». — un exemple **vérifie**, il ne **démontre** pas : l'inégalité doit valoir pour **tous** les $a < b$ de l'intervalle.

Ce que ça coûte : la démonstration demandée n'est pas faite.

Le réflexe : commencer par « Soit a et b deux réels de I tels que $a < b$ », sans leur donner de valeur.

4 Racine, signe et position de la courbe

RÈGLE

Le point de la courbe $\mathcal{C}_f$ d'abscisse x a pour ordonnée $f(x)$. Si $f(x) > 0$, il est **au-dessus** de l'axe des abscisses ; si $f(x) < 0$, **au-dessous** ; si $f(x) = 0$, **sur** l'axe : x est une **racine** (ou un **zéro**) de f. Le **tableau de signes** de $f(x)$ dit donc où la courbe est au-dessus ou au-dessous de l'axe : il donne le **signe des images**, pas leur évolution.

RACINE PUIS TABLEAU DE SIGNES

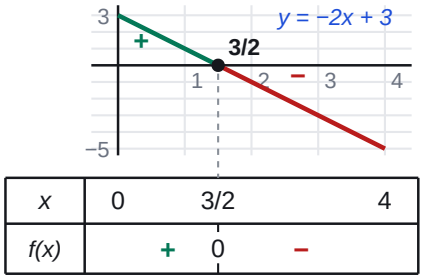
1. Résoudre $f(x) = 0$: c'est la **racine**.
2. Placer la racine entre les bornes, sur la ligne x.
3. Mettre 0 sous la racine, puis le signe de chaque côté : le signe de $mx + p$ est **celui de m à droite** de la racine, le signe contraire à gauche.
4. Contrôler avec une valeur simple, par exemple $x = 0$.

EXEMPLE

Étudier le signe de $f(x) = -2x + 3$ sur $[0\,;4]$.

1. $f(x) = 0$ équivaut à $-2x + 3 = 0$, soit $3 = 2x$, donc $x = \dfrac{3}{2}$. Contrôle : $-2 \times \frac{3}{2} + 3 = 0$
2. Ici $m = -2 < 0$: $f(x)$ est **négatif à droite** de $\frac{3}{2}$, **positif à gauche**. Contrôle : $f(0) = 3 > 0$.

$f(x) > 0$ sur $[0\,;\frac{3}{2}[$ et $f(x) < 0$ sur $]\frac{3}{2}\,;4]$: la courbe est au-dessus de l'axe, puis au-dessous.



x	0	3/2	4
$f(x)$	+	0	−

Une seule droite, trois lectures

Variations : m = −2 < 0, la droite descend.

Racine : elle coupe l'axe des abscisses en x = 3/2.

Signe : au-dessus de l'axe (en vert), f(x) > 0 ; au-dessous (en rouge), f(x) < 0.

À droite de la racine, f(x) a le signe de m.

La droite de $f(x) = -2x + 3$ et son tableau de signes, alignés : le 0 du tableau est sous le point où la droite coupe l'axe.

PIÈGE

Confondre variations et signe : « f est décroissante, donc négative » ou « croissante, donc positive ». — $-2x + 3$ décroît sur $[0\,;4]$ mais reste positive jusqu'à $\frac{3}{2}$. Croissante : la courbe **monte** ; positive : elle est **au-dessus** de l'axe. Deux questions différentes.

Ce que ça coûte : un tableau de signes faux, et toutes les réponses qui s'en servent.

Le réflexe : variations : regarder si la courbe monte ; signe : regarder de quel côté de l'axe elle est.

PIÈGE

Résoudre $-2x + 3 = 0$ et trouver $x = -\frac{3}{2}$. — le signe s'est perdu en isolant x : $-2x = -3$ donne $x = \frac{3}{2}$, pas $-\frac{3}{2}$.

Ce que ça coûte : la racine est fausse, et le tableau de signes avec elle.

Le réflexe : isoler proprement, $3 = 2x$, puis contrôler : $f(\frac{3}{2}) = -3 + 3 = 0$.

Pour réviser. Refaire les exemples sur une feuille ; puis les exercices 1, 2, 4 et 6 sans le corrigé ; puis 5, 7 et 8, qui tombent sur le piège du nombre négatif ; enfin 3, 9 et 10. Avant un contrôle, relire les pièges.

À VÉRIFIER

- J'ai précisé l'**intervalle** à chaque conclusion.
- Chaque multiplication ou division par un **négatif** a retourné l'inégalité.
- Dans mon tableau de variations, les valeurs au bout des flèches sont **calculées**.
- J'ai vérifié ma racine en la remplaçant dans $f(x)$.
- Je n'ai pas confondu **variations** et **signe**.

À RETENIR

- Strictement croissante sur I : $a < b$ entraîne $f(a) < f(b)$; décroissante : $f(a) > f(b)$.
- Une courbe se lit **de gauche à droite**, et un sens de variation se dit **sur un intervalle**.
- Tableau de **variations** : flèches et valeurs ; tableau de **signes** : $+$, $-$ et 0.
- Multiplier ou diviser par un **négatif** inverse le sens d'une inégalité.
- $mx + p$: croissante si $m > 0$, décroissante si $m < 0$; à droite de sa racine, elle a le signe de m.
- Décroissante ne veut pas dire négative : variations et signe sont deux questions.