2de

COURS

Systèmes linéaires — deux équations, deux inconnues

Programme de mathématiques de seconde générale et technologique — arrêté du 26 février 2026, BO n° 14 du 2 avril 2026 — MENE2602914A
Relue le 14 novembre 2026

Deux places de cinéma et une boisson coûtent 23 € ; une place et deux boissons, 16 €. Combien coûte une place ? Deux inconnues, deux informations : c'est un **système**. Le résoudre, c'est trouver le couple de nombres qui vérifie les deux équations à la fois — et, géométriquement, le point où deux droites se croisent.

1 Ce qu'est un système

DÉFINITION

Un système de deux équations linéaires à deux inconnues x et y s'écrit $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$. Une **solution** est un couple $(x\,;y)$ qui vérifie **les deux** équations en même temps.

RÈGLE

Chaque équation $ax+by=c$ (avec a et b non tous deux nuls) est l'équation d'une **droite**. Résoudre le système revient à chercher les points communs aux deux droites : **un seul** point si elles sont sécantes, **aucun** si elles sont strictement parallèles, **une infinité** si elles sont confondues.

Les droites sont parallèles lorsque $ab'-a'b=0$: ce nombre, le **déterminant** du système, décide s'il existe une solution unique ($ab'-a'b\neq 0$).

2 Résoudre par substitution

RÉSOUDRE PAR SUBSTITUTION

1. Choisir une équation où une inconnue s'isole facilement (coefficient 1 ou −1).
2. Exprimer cette inconnue en fonction de l'autre.
3. Remplacer dans l'autre équation : on obtient une équation à une seule inconnue, que l'on résout.
4. Calculer la seconde inconnue, puis vérifier le couple dans les deux équations.

EXEMPLE

Résoudre $\begin{cases} 2x+y=23 \\ x+2y=16 \end{cases}$ (places et boissons).

1. Première équation : $y=23-2x$.
2. Dans la seconde : $x+2(23-2x)=16$, soit $x+46-4x=16$, donc $-3x=-30$ et $x=10$.
3. $y=23-2\times 10=3$.
4. Vérification : $2\times 10+3=23$ et $10+2\times 3=16$.

Une place coûte 10 € et une boisson 3 € : $S=\{(10\,;3)\}$.

3 Résoudre par combinaison

RÉSOUDRE PAR COMBINAISON

1. Multiplier une équation (ou les deux) pour que les coefficients d'une même inconnue soient opposés.
2. Additionner les deux équations membre à membre : cette inconnue disparaît.
3. Résoudre l'équation obtenue.
4. Remplacer dans une équation de départ pour trouver l'autre inconnue, puis vérifier.

EXEMPLE

Résoudre $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 5x - 2y = 9 \end{cases}$.

1. Les coefficients de y sont déjà opposés : on additionne.
2. $8x = 16$, donc $x = 2$.
3. $3 \times 2 + 2y = 7$, donc $2y = 1$ et $y = 0{,}5$.
4. Vérification : $5 \times 2 - 2 \times 0{,}5 = 9$.

$\underline{S = \{(2\,;0{,}5)\}.}$

PIÈGE

Oublier de vérifier dans les deux équations. — Un couple qui vérifie une seule équation n'est pas solution : une erreur de calcul passe alors inaperçue.

Le réflexe : Remplacer systématiquement le couple trouvé dans chacune des deux équations.

PIÈGE

Multiplier un seul membre de l'équation. — Pour multiplier une équation par 3, on multiplie **tous** ses termes, à gauche et à droite.

Le réflexe : Réécrire l'équation entière après chaque multiplication.

4 Mettre un problème en équations

METTRE UN PROBLÈME EN SYSTÈME

1. Choisir les deux inconnues et écrire ce qu'elles représentent, avec leur unité.
2. Traduire chaque information de l'énoncé par une équation.
3. Résoudre le système.
4. Revenir à l'énoncé : vérifier la cohérence et rédiger une phrase de réponse.

À VÉRIFIER

- Ai-je défini les inconnues ?
- Ai-je choisi la méthode la plus simple (substitution ou combinaison) ?
- Ai-je vérifié le couple dans les deux équations ?
- Ai-je répondu par une phrase ?

À RETENIR

- Système : deux équations, deux inconnues ; solution = couple qui vérifie **les deux**.
- Interprétation : intersection de deux droites (une, aucune ou une infinité de solutions) ; déterminant $ab' - a'b$.
- **Substitution** : isoler une inconnue et remplacer ; **combinaison** : rendre des coefficients opposés et additionner.
- Toujours vérifier dans les deux équations et répondre par une phrase.