

Divisibilité et nombres premiers

Ce qui est noté au contrôle, ce n'est pas le résultat seul : c'est le raisonnement posé, puis le calcul mené jusqu'au bout avec l'unité.

1 Premier, ou pas

- ① a. 53 seulement. $51 = 3 \times 17$ (somme des chiffres $5 + 1 = 6$) et $57 = 3 \times 19$ (somme $5 + 7 = 12$).
 $3 \times 17 = 51$
- ② b. Parce qu'il n'a qu'un seul diviseur, lui-même. La définition en demande exactement deux.
- ③ c. 2. Tout autre nombre pair est divisible par 2, donc il a au moins trois diviseurs : 1, 2 et lui-même.
- ④ d. Oui. On essaie les premiers tant que leur carré ne dépasse pas 97 : 2, 3, 5, 7. Aucun ne divise, et $11^2 = 121 > 97$.
 $11^2 = 121$

2 Décomposer en produit de facteurs premiers

- ① a. $84 = 2^2 \times 3 \times 7$.
 $4 \times 3 \times 7 = 84$
- ② b. $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$.
 $4 \times 3 \times 25 = 300$
- ③ c. 1 001 n'est ni pair, ni divisible par 3 ou 5. On essaie 7 : $1001 = 7 \times 143$, puis $143 = 11 \times 13$.
 $7 \times 11 \times 13 = 1001$
- ④ d. Les trois produits ci-dessus redonnent le nombre de départ : la vérification est le produit lui-même.

3 Rendre irréductible

- ① a. $252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$ et $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$.
 $4 \times 9 \times 7 = 252$
- ② b. Facteurs communs 2 et 3, au plus petit exposant : 2^2 et 3^2 .
 $4 \times 9 = 36$
- ③ c. On divise une seule fois par 36.
 $252/36 = 7$
et $360 / 36 = 10$, donc $7/10$
- ④ d. $7 = 7$ et $10 = 2 \times 5$: aucun facteur premier commun, donc aucun diviseur commun autre que 1.

4 L'algorithme d'Euclide

- ① a. Première division : $1071 = 462 \times 2 + 147$.
 $1071 - 462 \times 2 = 147$
- ② Deuxième : $462 = 147 \times 3 + 21$.
 $462 - 147 \times 3 = 21$
- ③ Troisième : $147 = 21 \times 7 + 0$. Le dernier reste non nul est 21.
 $147 - 21 \times 7 = 0$
- ④ b. Il aurait fallu chercher les facteurs premiers de 1 071 — ni 2, ni 5, et $1071 = 3^2 \times 7 \times 17$ ne se voit pas. Euclide n'exige aucune recherche.
 $9 \times 7 \times 17 = 1071$
- ⑤ c. On divise haut et bas par 21.
 $462/21 = 22$
et $1071 / 21 = 51$, donc $22/51$

5 Le problème de lots

- ① a. Le nombre de sachets divise 144 et divise 180, et on le veut le plus grand possible : c'est leur plus grand diviseur commun.
- ② b. $144 = 2^4 \times 3^2$ et $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$; facteurs communs 2^2 et 3^2 .
 $4 \times 9 = 36$
36 sachets
- ③ c. Deux divisions, une par sorte de chocolat.
 $144/36 = 4$
et $180 / 36 = 5$
- ④ d. Chaque sachet contient 4 chocolats noirs et 5 au lait.
 $36 \times 4 = 144$
et $36 \times 5 = 180$, rien ne reste

6 Le carrelage (type brevet)

- ① a. Le côté divise 336 et divise 240, et on le veut le plus grand : $336 = 2^4 \times 3 \times 7$, $240 = 2^4 \times 3 \times 5$, facteurs communs 2^4 et 3.
 $16 \times 3 = 48$
des dalles de 48 cm de côté
- ② b. Le nombre de dalles sur chaque côté, puis le produit.
 $336/48 = 7$
et $240 / 48 = 5$
- ③ Soit le nombre total de dalles.
 $7 \times 5 = 35$
- ④ c. 24 divise bien 336 et 240, donc des dalles de 24 cm couvriraient la terrasse sans découpe — mais elles ne sont pas **les plus grandes possibles**. L'énoncé demande le plus grand diviseur commun, pas un diviseur commun.

Corrige-toi toi-même. Compte tes points exercice par exercice : c'est ainsi qu'on voit où l'on perd, et ce n'est presque jamais là où on le croit.

Ce qui est évalué	Points	Ce qui fait perdre le point
Écrire la phrase de modélisation avant le calcul	1 pt	Poser le calcul sans dire de quoi il est la réponse
Décomposition ou divisions d'Euclide écrites en entier	1 pt	Annoncer le PGCD sans méthode visible
Répondre à toutes les questions posées, avec les unités	1 pt	S'arrêter au nombre de lots sans dire ce qu'ils contiennent
Fraction rendue irréductible, divisée par le plus grand diviseur commun	1 pt	Simplifier une fois et présenter le résultat comme irréductible