CORRIGÉ

3e

Corrigé détaillé
8 exercices

Sphère et boule — Repérage, sections et volumes

> Ce qui est noté au contrôle, ce n'est pas le résultat seul : c'est le raisonnement posé, puis le calcul mené jusqu'au bout avec l'unité.

1 Vrai ou faux ? Justifie.

a. **Faux.** Sur la sphère, tous les points sont à 5 cm du centre. Ce point est à l'intérieur : il est dans la boule, pas sur la sphère.

b. **Vrai.** Le plan de l'équateur passe par le centre O de la Terre : l'équateur a pour centre O et pour rayon celui de la Terre.

c. **Faux.** Son centre est sur l'axe des pôles, mais pas en O : son rayon est plus petit que celui de la Terre. Seul l'équateur est un parallèle qui soit un grand cercle.

d. **Vrai.** La longitude repère le méridien : tous les points d'un même méridien ont la même longitude ; seule leur latitude change.

e. **Faux.** C'est un rectangle, dont un côté est la hauteur du cylindre. On obtient un disque avec un plan parallèle aux bases.

f. **Vrai.** Ici $d = 0$, donc $r^2 = R^2$ et $r = R$: la section est un disque de même rayon, bordé par un grand cercle.

2 Lire des coordonnées sur le globe

a. 49° **N** : Paris est dans l'hémisphère Nord ; 2° **E** : il est à l'est du méridien de Greenwich, tout près de lui. b. 34° **S** : Sydney est dans l'hémisphère Sud ; 151° **E** : elle est à l'est de Greenwich.

c. Sur l'équateur, la latitude vaut 0° ; sur le méridien de Greenwich, la longitude vaut 0° : ce point a pour coordonnées (0° ; 0°).

d. B a la latitude de Paris : il est sur le **parallèle de Paris**, 49° N. Il a la longitude de Sydney : il est sur le **méridien de Sydney**, 151° E.

e. Le pôle Nord est à 90° de l'équateur : sa latitude est 90° N. Tous les méridiens s'y rejoignent, donc aucune longitude ne le désigne plus qu'une autre.

On retient : la latitude choisit le parallèle, la longitude choisit le méridien, et le point est à leur intersection.

3 Calcule le volume exact, puis arrondi au dixième.

a. $R = 6$ cm. Le coefficient de π :
$\frac{4}{3} \times 6^3 = \frac{4 \times 216}{3} = 288$
donc V = 288π cm³ ≈ 904,8 cm³.

b. Le diamètre mesure 30 cm, donc $R = 15$ cm :
$\frac{4}{3} \times 15^3 = \frac{4 \times 3\,375}{3} = 4\,500$
donc V = 4 500π cm³ ≈ 14 137,2 cm³.

Comme $1\ \text{L} = 1\,000\ \text{cm}^3$, on divise par 1 000 :
$14\,137{,}2 \div 1\,000 \approx 14{,}1$

c. Une demi-boule est la moitié d'une boule :
$\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times 9^3 = \frac{2 \times 729}{3} = 486$
donc V = 486π cm³ ≈ 1 526,8 cm³.

Les volumes sont environ 904,8 cm³, 14 137,2 cm³ (soit 14,1 L) et 1 526,8 cm³.

4 Couper une boule

a. Le plan est à 5 cm de O, moins que le rayon 13 cm : la section est un **disque de centre** H.

b. Soit M un point du bord de la section : OHM est rectangle en H, avec $OM = 13$ cm et $OH = 5$ cm. Pythagore :
$HM^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$
donc HM = 12 cm.

c. L'aire du disque, en cm² :
$\pi \times 12^2 = 144\pi \approx 452{,}4$

d. Cette fois $HM = 5$ cm, et l'on cherche OH dans le même triangle rectangle :
$OH^2 = 13^2 - 5^2 = 144$
donc OH = 12 cm.

e. Plus le plan est proche de O, plus la section est grande : il doit passer par O. La section est alors un disque de rayon 13 cm, bordé par un **grand cercle**.

La section a un rayon de 12 cm et une aire d'environ 452,4 cm² ; une section de rayon 5 cm s'obtient à 12 cm du centre.

5 Le cube coupé en biais

1. a. $ABFE$ est un carré de 4 cm en vraie grandeur. Les fuyantes $[AD]$, $[BC]$, $[EH]$ et $[FG]$ sont tracées à 45° et mesurent $4 \times 0{,}5 = 2$ cm. Les arêtes $[AD]$, $[DC]$ et $[DH]$ sont cachées : en pointillés.
2. b. La section est le quadrilatère $ACGE$. $[AE]$, $[EG]$ et $[GC]$ sont en trait plein ; $[AC]$ est sur la face du dessous, cachée : en pointillés.
3. c. Le plan contient l'arête $[AE]$, il lui est donc parallèle : d'après le cours, la section du cube est un **rectangle** dont un côté a la longueur de cette arête, $AE = 4$ cm. L'autre côté est la diagonale $[AC]$ de la face $ABCD$.
4. d. Le triangle ABC est rectangle en B, angle d'un carré. Pythagore :
   $AC^2 = 4^2 + 4^2 = 16 + 16 = 32$
5. Donc
   $AC = \sqrt{32} \approx 5{,}7$
   en cm
6. On dessine en vraie grandeur un rectangle de 4 cm sur 5,7 cm environ : sur le dessin en perspective, $[AC]$ paraissait plus court, car il est fuyant.
7. La section est un rectangle de 4 cm sur environ 5,7 cm.

---

6 Repérer l'erreur

1. a. Léo a mis le diamètre au lieu du rayon. Avec $R = 5$ cm, $V = \frac{4}{3} \times \pi \times 5^3 = \frac{500}{3}\pi \approx 523{,}6$ cm³ : son résultat est 8 fois trop grand.
   $4\,188{,}8 \div 523{,}6 \approx 8$
2. b. Emma se trompe : doubler le rayon, c'est agrandir la boule de rapport 2, ce qui multiplie le volume par
   $2^3 = 8$
3. c. Noah a mis le rayon au carré au lieu du cube :
   $\frac{4}{3} \times 3^3 = \frac{4\times27}{3} = 36$
   donc V = 36π cm³ ≈ 113,1 cm³.
4. d. Jade oublie la condition sur le centre : celui du parallèle 60° N est sur l'axe des pôles, au-dessus de O, et son rayon est plus petit que celui de la Terre. Ce n'est pas un grand cercle.
5. Dans les quatre cas, il fallait revenir à la définition : le rayon, au cube, pour la boule ; le centre O pour le grand cercle.

---

7 Le glacier

1. a. Le cône : $\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 12$. Le coefficient de π :
   $\frac{9\times12}{3} = 36$
   soit 36π cm³.
2. b. La demi-boule : $\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \pi \times 3^3$. Le coefficient de π :
   $\frac{4\times27}{6} = 18$
   soit 18π cm³.
3. c. On additionne, en cm³ :
   $V = 36\pi + 18\pi = 54\pi \approx 169{,}6$
4. d. $5\ \text{L} = 5\ \text{dm}^3 = 5\,000\ \text{cm}^3$. Le nombre de cornets :
   $5\,000 \div 169{,}6 \approx 29{,}5$
5. Vérification : 29 cornets utilisent moins de 5 000 cm³, alors que 30 cornets en demanderaient $30 \times 169{,}6 = 5\,088$.
   $29 \times 169{,}6 = 4\,918{,}4$
6. Le glacier peut servir 29 cornets complets ; il lui reste un peu de glace, pas assez pour un trentième.

---

8 Le tour de la Terre par le parallèle de Paris

1. a. L'équateur est un grand cercle : $2\pi R = 40\,000$, donc $R = \frac{40\,000}{2\pi} \approx 6\,366$ en km

2. b. Le plan du parallèle est parallèle à celui de l'équateur, donc (PM) est parallèle à (OK). Avec la sécante (OM), les angles $\widehat{PMO}$ et $\widehat{MOK}$ sont alternes-internes : ils sont égaux, et $\widehat{MOK} = 49^\circ$ est la latitude de Paris.

3. c. Le triangle OPM est rectangle en P, d'hypoténuse $OM = R$, donc $\cos(\widehat{PMO}) = \frac{PM}{OM}$. On garde la valeur exacte du rayon dans la calculatrice : $PM = \frac{40\,000}{2\pi} \times \cos(49^\circ) \approx 4\,177$ en km

4. d. La longueur du parallèle est $2\pi \times PM$; les 2π se simplifient : $2\pi \times PM = 40\,000 \times \cos(49^\circ) \approx 26\,242$ en km

5. e. L'angle $\widehat{MON}$ mesure $90^\circ - 49^\circ = 41^\circ$, et l'arc est proportionnel à son angle sur un grand cercle de 40 000 km : $\frac{41}{360} \times 40\,000 \approx 4\,556$ en km

6. Le rayon terrestre vaut environ 6 366 km ; le parallèle de Paris mesure environ 26 242 km, et Paris est à environ 4 556 km du pôle Nord le long du méridien.

Corrige-toi toi-même. Compte tes points exercice par exercice : c'est ainsi qu'on voit où l'on perd, et ce n'est presque jamais là où on le croit.

Ce qui est évalué	Points	Ce qui fait perdre le point
Lire et placer un point par sa latitude puis sa longitude	1 pt	Inverser latitude et longitude, ou oublier les lettres N, S, E, O
Reconnaître un grand cercle et la nature d'une section plane	1 pt	Prendre un parallèle pour un grand cercle ; voir un disque dans la section d'un cylindre parallèle à l'axe
Calculer le rayon d'une section de boule	1,5 pt	Écrire r = R − d au lieu d'appliquer Pythagore dans le triangle rectangle OHM
Calculer le volume d'une boule	1,5 pt	Mettre le diamètre, ou le rayon au carré ; arrondir π en cours de calcul
Calculer le volume d'un assemblage et convertir	2 pts	Oublier de diviser la boule par 2 ; une unité d'aire ; 1 L confondu avec 100 cm³
Dessiner un solide et sa section en perspective cavalière	1 pt	Fuyantes non parallèles ou de longueurs non réduites ; parties cachées en trait plein