

Statistiques descriptives et probabilités

3^e

Programme du cycle 4 — BO spécial n°11 du 26 novembre 2015

Une moyenne peut mentir : dix salaires modestes et un très élevé donnent une moyenne que personne ne touche. Les statistiques de 3^e ajoutent les outils qui résistent à ce défaut — médiane, quartiles, dispersion — et les probabilités permettent de raisonner sur ce qui n'est pas encore arrivé.

1 Résumer une série : deux points de vue

DÉFINITION

La **moyenne** est le total partagé équitablement : elle tient compte de toutes les valeurs, donc des extrêmes. La **médiane** est la valeur qui coupe la série ordonnée en deux moitiés de même effectif : elle ignore les extrêmes. Les deux résument, mais pas la même chose.

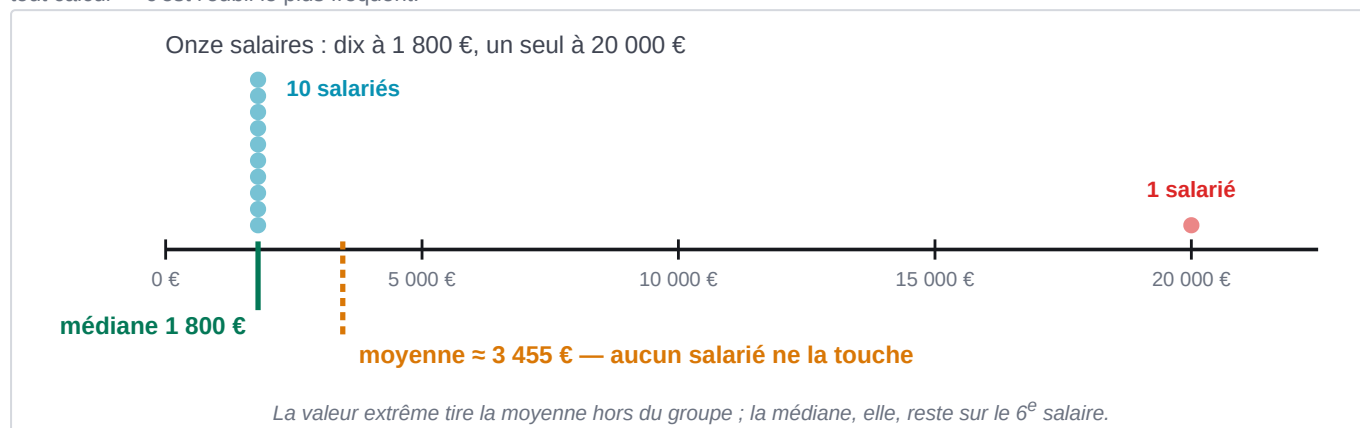
EXEMPLE

Série ordonnée de neuf valeurs : 4, 6, 7, 9, 10, 12, 15, 18, 20.

- ① La médiane est la 5^e valeur, puisque quatre valeurs la précèdent et quatre la suivent : c'est **10**.
- ② La moyenne demande le total, puis le partage.
 $\frac{101}{9} \approx 11,2$
- ③ Elles diffèrent parce que les grandes valeurs tirent la moyenne vers le haut.

médiane 10 · moyenne $\approx 11,2$

Avec un effectif **pair**, la médiane est la demi-somme des deux valeurs centrales. Et dans tous les cas, la série doit être **ordonnée** avant tout calcul — c'est l'oubli le plus fréquent.



2 Mesurer la dispersion

DÉFINITION

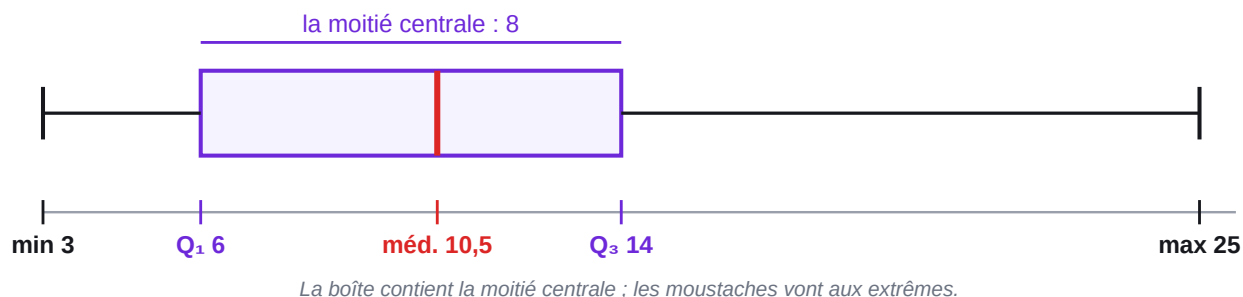
Le premier quartile Q_1 est la plus petite valeur telle qu'**au moins un quart** de la série lui soit inférieur ou égal ; le troisième quartile Q_3 , telle qu'**au moins trois quarts** le soient. L'**écart interquartile** $Q_3 - Q_1$ mesure l'étalement de la moitié centrale, sans se laisser déformer par les extrêmes.

EXEMPLE

Sur la même série de neuf valeurs, les rangs cherchés sont le 3^e et le 7^e.

- ① Un quart de 9 vaut 2,25 : on prend le rang 3, donc $Q_1 = 7$.
- ② Trois quarts de 9 valent 6,75 : on prend le rang 7, donc $Q_3 = 15$.
- ③ L'écart interquartile
 $15 - 7 = 8$

la moitié centrale de la série s'étale sur 8 unités



L'**étendue**, elle, est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur : ici $20 - 4 = 16$. Elle est facile à calculer mais fragile — une seule valeur aberrante la double.

3 Probabilités : ce qui n'est pas encore arrivé

DÉFINITION

La probabilité d'un événement est un nombre compris **entre 0 et 1** : 0 pour l'impossible, 1 pour le certain. Dans une situation d'équiprobabilité, elle vaut le nombre de cas favorables divisé par le nombre de cas possibles.

EXEMPLE

Une urne contient 5 boules rouges et 3 bleues, indiscernables au toucher.

- ① Cas favorables sur cas possibles
 $P(\text{rouge}) = \frac{5}{8} = 0,625$
- ② L'événement contraire se déduit sans recompter.
 $P(\text{bleue}) = 1 - 0,625 = 0,375$

la somme des probabilités d'un événement et de son contraire vaut toujours 1

LE PIÈGE QUI COÛTE LE PLUS DE POINTS

Annoncer une probabilité de 1,5, ou de -0,2. — une probabilité est une **proportion** : elle ne peut sortir de l'intervalle de 0 à 1. Un résultat hors de cet intervalle signale une erreur de calcul, pas un événement très probable.

Le réflexe : vérifier l'encadrement avant d'écrire la réponse, et se souvenir que la somme de toutes les probabilités d'une expérience vaut 1.

4 Fréquence et probabilité

RÈGLE

Loi des grands nombres — quand on répète une expérience un grand nombre de fois, la fréquence observée d'un événement se rapproche de sa probabilité. C'est ce qui relie l'expérience au calcul.

Sur 400 lancers d'une pièce donnant 210 « pile », la fréquence vaut $\frac{210}{400} = 0,525$: proche de 0,5 sans l'atteindre. Un écart de cet ordre est normal ; c'est un écart **persistant** sur des milliers de lancers qui ferait douter de l'équilibre de la pièce.

À RETENIR

- La série doit être **ordonnée** avant tout calcul de médiane ou de quartile.
- La **moyenne** subit les valeurs extrêmes, la **médiane** les ignore.
- L'**écart interquartile** $Q_3 - Q_1$ mesure la moitié centrale ; l'**étendue** subit les extrêmes.
- Une probabilité est toujours comprise **entre 0 et 1**.
- $P(\text{contraire}) = 1 - P(\text{événement})$ — souvent le chemin le plus court.
- La **loi des grands nombres** rapproche la fréquence observée de la probabilité, sans jamais garantir un résultat.