

COURS

Trigonométrie dans le triangle rectangle

3^e

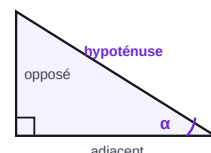
Programme du cycle 4 — BO spécial n°11 du 26 novembre 2015

Pythagore relie trois longueurs. La trigonométrie fait entrer un **angle** dans le calcul : elle permet de trouver une longueur à partir d'un angle, ou un angle à partir de deux longueurs. C'est ce qui manquait pour calculer la pente d'une route, la hauteur d'un immeuble depuis le trottoir, ou l'inclinaison d'un toit.

1 Tout dépend de l'angle choisi

DÉFINITION

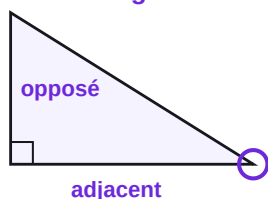
Dans un triangle rectangle, on se place **sur un angle aigu** α . L'**hypoténuse** ne change jamais : c'est le côté opposé à l'angle droit. Les deux autres se nomment par rapport à α : le côté **adjacent** touche l'angle, le côté **opposé** lui fait face.



Les noms changent si l'on se place sur l'autre angle aigu.

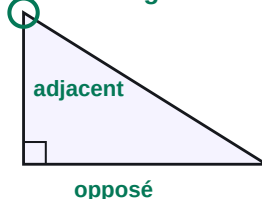
C'est le point à comprendre avant toute formule : **adjacent et opposé ne sont pas attachés aux côtés, mais à l'angle choisi**. Changer d'angle les échange.

vu de l'angle B



l'hypoténuse, elle, ne bouge pas

vu de l'angle C



Le même dessin, deux lectures : c'est l'angle choisi qui nomme les côtés.

2 Les trois rapports

RÈGLE

Pour un angle aigu α d'un triangle rectangle :

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}} \quad \sin(\alpha) = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}} \quad \tan(\alpha) = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}$$

Le moyen de retenir l'ordre : **CAH — SOH — TOA**. Cosinus Adjacent Hypoténuse, Sinus Opposé Hypoténuse, Tangente Opposé Adjacent.

EXEMPLE

Triangle rectangle en A , avec $AB = 8$, $AC = 6$ et l'angle α en B . On calcule d'abord l'hypoténuse par Pythagore, puis les trois rapports.

① L'hypoténuse
 $BC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$
 $BC = 10$

② Vu de B , l'adjacent est $AB = 8$ et l'opposé est $AC = 6$.
 $\cos(\alpha) = \frac{8}{10} = 0,8$

③ Le sinus
 $\sin(\alpha) = \frac{6}{10} = 0,6$

④ La tangente
 $\tan(\alpha) = \frac{6}{8} = 0,75$

$\cos \alpha = 0,8 \cdot \sin \alpha = 0,6 \cdot \tan \alpha = 0,75$

LE PIÈGE QUI COÛTE LE PLUS DE POINTS

Prendre le cosinus quand l'énoncé donne le côté opposé. — le choix du rapport ne dépend pas de l'habitude mais des **deux côtés en jeu** : celui qu'on connaît et celui qu'on cherche. Si l'hypoténuse n'intervient pas, c'est la tangente.

Le réflexe : entourer sur la figure les deux côtés concernés, puis lire lequel des trois rapports les relie. La formule vient après, jamais avant.

3 Calculer une longueur

DE L'ANGLE VERS LA LONGUEUR

- Je repère l'angle donné et les deux côtés en jeu : ici l'hypoténuse $BC = 12$ est connue, et je cherche le côté opposé à un angle de 30° .
- Hypoténuse et opposé : c'est le sinus. J'écris $\sin(30^\circ) = \frac{AC}{12}$.
- La calculatrice, **en mode degrés**, donne $\sin(30^\circ) = 0,5$.
- J'isole l'inconnue.
 $AC = 12 \times 0,5 = 6$
donc $AC = 6$

La calculatrice doit être en **degrés** (DEG ou D à l'écran), jamais en radians. Un résultat aberrant vient neuf fois sur dix de là.

4 Calculer un angle

DES LONGUEURS VERS L'ANGLE

- Je calcule le rapport avec les deux côtés connus : ici l'opposé vaut 4 et l'adjacent 3.
 $\tan(\alpha) = \frac{4}{3} \approx 1,333$
- J'utilise la touche inverse de la calculatrice, $\tan^{-1}$ — souvent au-dessus de la touche $\tan$.
- J'obtiens $\alpha \approx 53,1^\circ$, que j'arrondis au degré : $\alpha \approx 53^\circ$.
- Contrôle de bon sens : l'opposé est plus grand que l'adjacent, donc l'angle dépasse 45° . C'est cohérent.

EXEMPLE

Une échelle de 5 m a son pied à 1,4 m du mur. Quel angle fait-elle avec le sol ?

- L'échelle est l'hypoténuse, la distance au mur est le côté adjacent à l'angle cherché : hypoténuse et adjacent, c'est le cosinus.
 $\cos(\alpha) = \frac{1,4}{5} = 0,28$
- La touche $\cos^{-1}$ donne $\alpha \approx 73,7^\circ$, soit 74° au degré près.
- Contrôle de bon sens : une échelle bien posée est proche de la verticale, donc d'un angle nettement supérieur à 45° . C'est cohérent.

l'échelle fait environ 74° avec le sol

À VÉRIFIER

- Ai-je choisi l'angle **avant** de nommer adjacent et opposé ?
- Le rapport correspond-il aux deux côtés en jeu, et non à mon habitude ?
- Ma calculatrice est-elle en **degrés** ?
- Ai-je gardé les décimales jusqu'à la fin avant d'arrondir ?
- Un cosinus ou un sinus supérieur à 1 dans mes calculs ? C'est une erreur, pas un résultat.

À RETENIR

- Adjacent et opposé dépendent de l'angle choisi** ; seule l'hypoténuse ne bouge jamais.
- CAH — SOH — TOA** : cosinus adjacent/hypoténuse, sinus opposé/hypoténuse, tangente opposé/adjacent.
- Le rapport se choisit d'après **les deux côtés en jeu**, celui qu'on connaît et celui qu'on cherche.
- Sans hypoténuse dans l'énoncé, c'est la **tangente**.
- Calculatrice en **degrés**. Un résultat aberrant vient neuf fois sur dix de là.
- Cosinus et sinus sont toujours entre 0 et 1 ; la tangente n'a pas de plafond.