CORRIGÉ

4e

Cosinus d'un angle — Triangle rectangle

Corrigé détaillé
8 exercices

> Ce qui est noté au contrôle, ce n'est pas le résultat seul : c'est le raisonnement posé, puis le calcul mené jusqu'au bout avec l'unité.

1 Nommer les côtés et écrire le cosinus

1. a. L'angle droit est en L : le côté qui lui fait face, $[KM]$, est l'hypoténuse.
   la position du triangle sur la feuille ne change rien : on lit le codage, pas l'orientation.
2. b. Les côtés de $\widehat{LKM}$ sont $[KL]$ et $[KM]$; $[KM]$ est l'hypoténuse, donc le côté adjacent est $[KL]$. De même, le côté adjacent à $\widehat{LMK}$ est $[LM]$.
3. c. $\cos(\widehat{LKM}) = \dfrac{KL}{KM}$ et $\cos(\widehat{LMK}) = \dfrac{LM}{KM}$.
   l'hypoténuse est au dénominateur dans les deux cas ; seul le numérateur change avec l'angle.

2 De deux longueurs à l'angle

1. a. L'angle droit est en F : l'hypoténuse est $[EG]$, et le côté adjacent à $\widehat{FEG}$ est $[EF]$.
   $\cos(\widehat{FEG}) = \frac{4{,}5}{7{,}5} = 0{,}6$
2. b. Calculatrice en mode degrés, touche `cos⁻¹` appliquée à 0,6 : $\widehat{FEG} \approx 53{,}13^\circ$.
   au degré près, $\widehat{FEG} \approx 53^\circ$.
3. c. Les deux angles aigus d'un triangle rectangle ont une somme de 90°, puisque la somme des trois angles vaut 180°.
   $90 - 53{,}13 = 36{,}87$
4. **Réponse :** $\cos(\widehat{FEG}) = 0{,}6$, $\widehat{FEG} \approx 53^\circ$ et $\widehat{FGE} \approx 37^\circ$.

3 Construire, calculer, contrôler

1. a. Tracer $[AB]$ de 4 cm, puis la perpendiculaire à (AB) passant par A. L'arc de cercle de centre B et de rayon 6 cm coupe cette perpendiculaire en C. Coder l'angle droit en A.
   on connaît l'hypoténuse et non l'autre côté de l'angle droit : c'est le compas qui place C.
2. b. $[AB]$ est le côté adjacent à l'angle en B, $[BC]$ l'hypoténuse.
   $\cos(\widehat{ABC}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \approx 0{,}667$
3. La touche `cos⁻¹` appliquée à $\dfrac{2}{3}$ donne $\widehat{ABC} \approx 48{,}19^\circ$, soit 48° au degré près.
4. c. Le rapporteur donne environ 48°, à un degré près selon la précision du tracé. **Conclusion :** la mesure confirme le calcul, mais seul le calcul donne une valeur sûre.

4 Calculer une longueur

1. a. Vu de R : $[RT]$, en face de l'angle droit, est l'hypoténuse et $[RS]$ le côté adjacent. $\cos(35^\circ) = \dfrac{RS}{8}$: l'inconnue est en haut, on multiplie.
   $RS = 8 \times \cos(35^\circ) \approx 6{,}6$
   $RS \approx 6{,}6$ cm, plus court que l'hypoténuse : cohérent.
2. b. Vu de V : $[UV]$ est le côté adjacent et $[VW]$ l'hypoténuse cherchée. $\cos(62^\circ) = \dfrac{6}{VW}$: l'inconnue est en bas, on divise.
   $VW = \frac{6}{\cos(62^\circ)} \approx 12{,}8$
   $VW \approx 12{,}8$ cm, plus long que $UV = 6$ cm : cohérent.
3. Dans les deux cas, le calcul se fait d'un seul trait à la calculatrice : arrondir $\cos(62^\circ)$ à 0,5 donnerait 12 cm au lieu de 12,8 cm.
4. **Réponse :** $RS \approx 6{,}6$ cm et $VW \approx 12{,}8$ cm.

5 Vrai ou faux ? Justifie chaque réponse

1. a. **Faux.** Le côté adjacent à l'angle en B est $[AB]$: $\cos(\widehat{ABC}) = \dfrac{AB}{BC}$.
   $\dfrac{AC}{BC}$ est le cosinus de l'autre angle aigu, $\widehat{ACB}$.
2. b. **Faux.** Le côté adjacent est plus court que l'hypoténuse, qui est le plus long côté : leur quotient est inférieur à 1.
3. c. **Faux.** Le côté adjacent et l'hypoténuse sont tous deux multipliés par 2 : leur quotient ne change pas.
   c'est la propriété démontrée avec Thalès : le cosinus ne dépend que de l'angle, et agrandir le triangle ne change pas ses angles.
4. d. **Vrai.** Plus un angle aigu est grand, plus son cosinus est petit. La calculatrice donne $\cos(30^\circ) \approx 0{,}866$ et $\cos(60^\circ) = 0{,}5$.
5. e. **Vrai.** La touche `cos⁻¹` appliquée à 0,5 donne 60°.
   un seul angle aigu a ce cosinus, puisque le cosinus diminue quand l'angle augmente ; c'est $\cos(60^\circ) = 0{,}5$, démontré dans le cours.
6. Les cinq réponses reposent sur trois faits du cours : la définition, le cosinus compris entre 0 et 1, et le cosinus qui ne dépend que de l'angle.

---

6 Repérer l'erreur

1. a. $[BC]$ est l'hypoténuse, le plus long côté du triangle : elle doit dépasser $AB = 6$ cm. Or $4{,}6 < 6$: le résultat est impossible.
2. b. Vu de B : $\cos(40^\circ) = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{6}{BC}$. L'inconnue est au dénominateur : Léo a multiplié au lieu de diviser.
3. Le bon calcul :
   $BC = \dfrac{6}{\cos(40^\circ)} \approx 7{,}8$
   $7{,}8 > 6$: l'hypoténuse est bien le plus long côté.
4. **Réponse :** $BC \approx 7{,}8$ cm. Léo a multiplié par $\cos(40^\circ)$ alors qu'il fallait diviser par $\cos(40^\circ)$.

---

7 Le câble du mât

1. Le mât est vertical et le sol horizontal : le triangle MPS est rectangle en P, et son hypoténuse est le câble $[MS]$.
2. a. Théorème de Pythagore dans MPS :
   $PM^2 = 12^2 - 4{,}5^2 = 144 - 20{,}25 = 123{,}75$
   $PM = \sqrt{123{,}75} \approx 11{,}1$ m.
3. b. Vu de S, $[SP]$ est le côté adjacent et $[SM]$ l'hypoténuse : les deux longueurs de l'énoncé suffisent.
   $\cos(\widehat{PSM}) = \dfrac{4{,}5}{12} = 0{,}375$
4. La touche `cos⁻¹` appliquée à 0,375 donne $\widehat{PSM} \approx 67{,}98^\circ$, soit 68° au degré près.
   on calcule l'angle avec les données exactes, et non avec PM arrondi.
5. c. 68° est compris entre 60° et 70°.
6. **Conclusion :** le câble est fixé à environ 11,1 m de hauteur, et il fait avec le sol un angle d'environ 68°, conforme au souhait de l'installateur.

---

8 Deux triangles, un même angle

1. a. Dans ABC, rectangle en B, l'hypoténuse est $[AC]$ et le côté adjacent à l'angle en A est $[AB]$.
   $\cos(\widehat{BAC}) = \frac{9}{15} = 0{,}6$
2. b. H est sur $[AC]$: $\widehat{BAH}$ et $\widehat{BAC}$ sont le même angle. Dans ABH, rectangle en H, l'hypoténuse est $[AB]$ et le côté adjacent à l'angle en A est $[AH]$: $\cos(\widehat{BAH}) = \dfrac{AH}{9}$.
3. Le cosinus ne dépend que de l'angle : $\dfrac{AH}{9} = 0{,}6$.
   $AH = 9 \times 0{,}6 = 5{,}4$
   $AH = 5{,}4$ cm, valeur exacte : aucun arrondi n'a été fait.
4. c. H est sur $[AC]$:
   $HC = 15 - 5{,}4 = 9{,}6$
5. Théorème de Pythagore dans ABC, rectangle en B :
   $BC^2 = 15^2 - 9^2 = 225 - 81 = 144$
   $BC = 12$ cm.
6. d. Dans ABC, $\cos(\widehat{ACB}) = \dfrac{BC}{AC}$; dans BHC, rectangle en H d'hypoténuse $[BC]$, $\cos(\widehat{BCH}) = \dfrac{HC}{BC}$.
   $\frac{12}{15} = \frac{9{,}6}{12} = 0{,}8$
7. **Conclusion :** les deux quotients valent 0,8. Le cosinus de l'angle en C est le même dans les deux triangles rectangles, comme l'annonce la propriété du cours.

Corrige-toi toi-même. Compte tes points exercice par exercice : c'est ainsi qu'on voit où l'on perd, et ce n'est presque jamais là où on le croit.

Ce qui est évalué	Points	Ce qui fait perdre le point
Nommer l'hypoténuse et le côté adjacent à l'angle choisi	1 pt	Prendre l'hypoténuse pour le côté adjacent, ou garder le côté adjacent de l'autre angle
Écrire le cosinus, hypoténuse au dénominateur, dans un triangle dont l'angle droit est justifié	1 pt	Une fraction renversée, ou un cosinus écrit dans un triangle sans angle droit
Calculer un angle avec la touche $\cos^{-1}$, en mode degrés, arrondi comme demandé	1 pt	Rendre le quotient au lieu de l'angle, confondre $\cos^{-1}$ et 1 ÷ cos, ou arrondir le quotient avant
Calculer une longueur : multiplier ou diviser selon la place de l'inconnue	1 pt	Multiplier quand l'inconnue est au dénominateur : une hypoténuse plus courte que le côté connu
Justifier : le cosinus ne dépend que de l'angle, et il est compris entre 0 et 1	1 pt	Croire qu'agrandir le triangle change le cosinus, ou accepter un cosinus supérieur à 1
Conclure par une phrase avec l'unité et la précision demandée	1 pt	Un résultat sans unité, arrondi en cours de calcul ou à une autre précision