CORRIGÉ

4e

Corrigé détaillé
8 exercices

Calcul fractionnaire — Opérations et inverse

> Ce qui est noté au contrôle, ce n'est pas le résultat seul : c'est le raisonnement posé, puis le calcul mené jusqu'au bout avec l'unité.

1 Recopie et complète le tableau : donne l'opposé et l'inverse de chaque nombre.

1. a. Opposé : -7. Inverse : $\frac{1}{7}$, car $7 \times \frac{1}{7} = 1$.
2. b. Opposé : $\frac{2}{9}$. Inverse : $-\frac{9}{2}$, de même signe :
$$-\frac{2}{9} \times \left(-\frac{9}{2}\right) = 1$$
3. c. Opposé : $-0{,}2$. Inverse : 5, car
$$0{,}2 \times 5 = 1$$
4. d. $\frac{5}{-3} = -\frac{5}{3}$. Opposé : $\frac{5}{3}$. Inverse : $-\frac{3}{5}$, car
$$\frac{5}{-3} \times \left(-\frac{3}{5}\right) = 1$$
5. e. Opposé : 0. **Pas d'inverse** : aucun nombre multiplié par 0 ne donne 1.

2 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée.

1. a. Même dénominateur :
$$\frac{7}{12} - \frac{1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$
2. b. Au dénominateur 6 :
$$\frac{2}{3} - \frac{5}{6} = \frac{4}{6} - \frac{5}{6} = -\frac{1}{6}$$
3. c. L'entier en quarts :
$$-3 + \frac{5}{4} = -\frac{12}{4} + \frac{5}{4} = -\frac{7}{4}$$
4. d. Un facteur négatif ; on simplifie par 4 et par 5 :
$$\frac{5}{4} \times \left(-\frac{8}{15}\right) = -\frac{5 \times 4 \times 2}{4 \times 3 \times 5} = -\frac{2}{3}$$
5. e. On multiplie par l'inverse de $\frac{14}{5}$:
$$\frac{7}{10} \times \frac{5}{14} = \frac{7 \times 5}{2 \times 5 \times 2 \times 7} = \frac{1}{4}$$
6. Résultats : $\frac{1}{2}$; $-\frac{1}{6}$; $-\frac{7}{4}$; $-\frac{2}{3}$; $\frac{1}{4}$.

3 Calcule en respectant les priorités, puis vérifie à la calculatrice.

1. a. La multiplication d'abord, $\frac{3}{2} \times \frac{7}{9} = \frac{3 \times 7}{2 \times 3 \times 3} = \frac{7}{6}$, puis la soustraction :
$$A = \frac{5}{2} - \frac{7}{6} = \frac{15}{6} - \frac{7}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$
2. b. La parenthèse d'abord, $\frac{1}{3} - \frac{3}{4} = \frac{4}{12} - \frac{9}{12} = -\frac{5}{12}$; diviser par $\frac{5}{6}$, c'est multiplier par $\frac{6}{5}$:
$$B = -\frac{5}{12} \times \frac{6}{5} = -\frac{5 \times 6}{2 \times 6 \times 5} = -\frac{1}{2}$$
3. c. Les deux parenthèses : $2 - \frac{1}{3} = \frac{6}{3} - \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$ et $1 + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$, puis la division :
$$C = \frac{5}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{10}{9}$$
4. Vérification de a. : la calculatrice respecte les priorités, et $4 \div 3$ donne aussi environ 1,333.
$$5 \div 2 - 3 \div 2 \times 7 \div 9 \approx 1{,}333$$
5. Conclusion : $A = \frac{4}{3}$, $B = -\frac{1}{2}$ et $C = \frac{10}{9}$.

4 Repérer l'erreur : explique l'erreur de chaque élève, puis corrige son calcul.

1. a. Malik a additionné les dénominateurs ; son résultat, plus petit que $\frac{1}{3}$, est absurde.
$$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{4}{12}+\frac{3}{12}=\frac{7}{12}$$
2. b. Chloé a aussi multiplié le dénominateur par 3 ; or $3=\frac{3}{1}$:
$$3\times\frac{2}{5}=\frac{3\times 2}{5}=\frac{6}{5}$$
3. c. Yanis a changé le signe. L'inverse le garde : c'est $-\frac{7}{4}$, car
$$-\frac{4}{7}\times\left(-\frac{7}{4}\right)=1$$
4. d. Emma a multiplié par 3 au lieu de diviser. Diviser par 3, c'est multiplier par $\frac{1}{3}$:
$$\frac{6}{7}\div 3=\frac{6}{7}\times\frac{1}{3}=\frac{6}{21}=\frac{2}{7}$$
5. e. Lucas a simplifié un terme d'une somme ; on ne simplifie que des facteurs :
$$\frac{3+8}{3}=\frac{11}{3}$$
6. Les résultats corrects : $\frac{7}{12}$; $\frac{6}{5}$; $-\frac{7}{4}$; $\frac{2}{7}$; $\frac{11}{3}$.

---

5 Vrai ou faux ? Justifie chaque réponse.

1. a. **Vrai.** Au dénominateur 20 : $-\frac{3}{4}=-\frac{15}{20}$ et $-\frac{4}{5}=-\frac{16}{20}$; or $-15>-16$.
2. b. **Faux.** L'inverse de $\frac{1}{2}$ est 2 : diviser par $\frac{1}{2}$, c'est **multiplier** par 2.
$$7\div\frac{1}{2}=7\times 2=14$$
3. c. **Vrai.** C'est le test des produits en croix. Par exemple $\frac{4}{6}=\frac{6}{9}$ et
$4\times 9=6\times 6=36$
4. d. **Faux.** $1\div 3=\frac{1}{3}$ n'est pas décimal. S'il l'était, il s'écrirait $\frac{N}{10}$, $\frac{N}{100}$… avec N entier, et $3\times N$ vaudrait 10, 100… ; or aucune de ces puissances de 10 n'est multiple de 3 : la somme de leurs chiffres vaut 1.

---

6 Le jardin partagé

1. a. Pelouse et potager ensemble :
$$\frac{3}{8}+\frac{1}{4}=\frac{3}{8}+\frac{2}{8}=\frac{5}{8}$$
2. Le jardin entier vaut 1 ; les fleurs occupent le reste :
$$1-\frac{5}{8}=\frac{8}{8}-\frac{5}{8}=\frac{3}{8}$$
3. b. Les $\frac{3}{8}$ de 96 m², c'est une multiplication :
$$\frac{3}{8}\times 96=\frac{3\times 8\times 12}{8}=36$$
4. c. Les $\frac{2}{3}$ du potager, qui est lui-même $\frac{1}{4}$ du jardin :
$$\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{2}{3\times 2\times 2}=\frac{1}{6}$$
5. Aire des tomates, en m² ; contrôle : le potager mesure 24 m², et les deux tiers de 24 font bien 16.
$$\frac{1}{6}\times 96=16$$
6. Les fleurs occupent $\frac{3}{8}$ du jardin, soit 36 m² ; les tomates $\frac{1}{6}$ du jardin, soit 16 m².

---

7 La randonnée en trois jours

1. a. Après le premier jour, il reste $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ du trajet. Le deuxième jour, elle en parcourt les trois quarts :
$$\frac{3}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{20}$$
2. b. En deux jours :
$$\frac{2}{5} + \frac{9}{20} = \frac{8}{20} + \frac{9}{20} = \frac{17}{20}$$
3. Il reste pour le troisième jour :
$$1 - \frac{17}{20} = \frac{3}{20}$$
4. c. Les $\frac{3}{20}$ du trajet L valent 6 km : $\frac{3}{20} \times L = 6$, donc $L = 6 \div \frac{3}{20}$. On multiplie par l'inverse :
$$L = 6 \times \frac{20}{3} = \frac{6 \times 20}{3} = 40$$
5. Vérification : 16 km le premier jour, $\frac{3}{4}$ des 24 km restants, soit 18 km, le deuxième, et $40 - 16 - 18 = 6$
6. Le trajet mesure 40 km ; Inès en parcourt $\frac{9}{20}$ le deuxième jour, et il lui en reste $\frac{3}{20}$.

---

8 Démontrer la règle de l'addition

1. a. Tom a tort : dix exemples ne prouvent pas la règle pour **tous** les nombres. Une vérification, même répétée, n'est pas une démonstration.
2. b. Par définition du quotient, $\frac{a}{c}$ est le nombre qui, multiplié par c, donne a : $x \times c = a$. De même, $y \times c = b$.
3. c. Par distributivité, puis avec la question b. :
$$(x + y) \times c = x \times c + y \times c = a + b$$
4. Donc $x + y$ est le nombre qui, multiplié par c, donne $a + b$: par définition, $x + y = \frac{a + b}{c}$.
5. Pour tous nombres a, b et $c \neq 0$: $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a + b}{c}$. La règle est démontrée.

Corrige-toi toi-même. Compte tes points exercice par exercice : c'est ainsi qu'on voit où l'on perd, et ce n'est presque jamais là où on le croit.

Ce qui est évalué	Points	Ce qui fait perdre le point
Additionner ou soustraire en réduisant au même dénominateur	2 pts	Additionner numérateurs et dénominateurs ; changer le dénominateur sans multiplier le numérateur
Multiplier et simplifier un produit de fractions	2 pts	Multiplier un entier en haut et en bas ; simplifier un terme d'une somme
Utiliser l'inverse pour diviser	2 pts	Changer le signe en prenant l'inverse ; retourner le premier nombre au lieu du diviseur
Respecter les priorités dans un enchaînement de calculs	1 pt	Calculer de gauche à droite sans faire passer × et ÷ en premier
Traduire un problème (« de », « du reste ») et conclure par une phrase avec l'unité	3 pts	Prendre la fraction du total au lieu du reste ; donner un nombre sans phrase ni unité