4e

COURS

Grandeurs composées — Conversions de vitesses et débits

Programme de mathématiques du cycle 4 — arrêté du 17 juillet 2020, BO n° 31 du 30 juillet 2020 — MENE2018714A

Une vitesse en km/h, un débit en L/min : ces grandeurs sont fabriquées avec deux autres, une distance ou un volume **divisé** par une durée. **Pour les convertir, on traduit l'unité en phrase, puis on convertit séparément chacune des deux grandeurs.** Rien d'autre à apprendre par cœur que deux conséquences : 1 m/s = 3,6 km/h et 1 m³/s = 60 000 L/min.

1 Grandeurs quotients, grandeurs produits

DÉFINITION

Une **grandeur quotient** s'obtient en **divisant** une grandeur par une autre. Son unité est le quotient des deux unités, et la barre « / » se lit « par ». Une **vitesse** est une distance divisée par une durée : en km/h ou en m/s. Un **débit** est un volume divisé par une durée : en L/min ou en m³/s.

DÉFINITION

Une **grandeur produit** s'obtient en **multipliant** deux grandeurs. Son unité est le produit des deux unités. L'aire en est un exemple déjà connu : m × m = m². L'**énergie** consommée par un appareil en est un autre : une puissance en kilowatts (kW) multipliée par une durée en heures (h) donne des **kilowattheures** (kWh).

unité	elle se lit	elle donne	grandeur
km/h	kilomètres par heure	nombre de km parcourus en 1 h	**vitesse**
m/s	mètres par seconde	nombre de m parcourus en 1 s	**vitesse**
L/min	litres par minute	nombre de L écoulés en 1 min	**débit**
m³/s	mètres cubes par seconde	nombre de m³ écoulés en 1 s	**débit**

Quatre unités composées, lues comme des phrases.

TRADUIRE UNE UNITÉ COMPOSÉE EN PHRASE

1. **Lire la barre « par »** : 15 L/min se lit « 15 litres par minute ».
2. **Dire ce que donne le nombre** : la quantité de la grandeur du haut pour **une seule** unité du bas. 15 L/min, ce sont 15 L écoulés en 1 min.
3. **Pour calculer la grandeur**, diviser celle du haut par celle du bas, **dans cet ordre** : un débit, c'est le volume divisé par la durée.

EXEMPLE

Un robinet remplit un arrosoir de 10 L en 40 s. Quel est son débit en L/s ?

1. Un débit en L/s : des litres divisés par des secondes.

$$\frac{10}{40} = 0{,}25$$

le débit est de 0,25 L/s : un quart de litre s'écoule chaque seconde

PIÈGE

Calculer $40 \div 10 = 4$ et annoncer un débit de 4 L/s. — la division est faite à l'envers : $40 \div 10$ donne 4 **secondes par litre**, le temps pour remplir un litre. Un débit, ce sont des litres **par** seconde.

Ce que ça coûte : la question entière, avec un résultat 16 fois trop grand.

Le réflexe : l'unité dicte l'ordre : en L/s, les litres en haut, les secondes en bas.

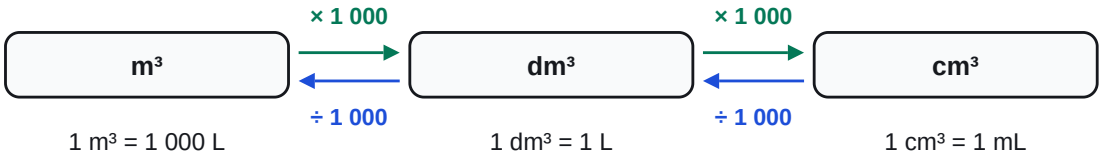
2 Deux rappels : les durées et les volumes

RÈGLE

Une durée se convertit en base 60, pas en base 10 (rappel) : 1 h = 60 min et 1 min = 60 s, donc 1 h = 60×60 s = 3 600 s. Des minutes vers les heures, on **divise par 60** : 1 h 12 min = $1 + \frac{12}{60}$ h = 1,2 h. Dans l'autre sens, on **multiplie par 60** : 0,4 h = $0{,}4 \times 60$ min = 24 min.

RÈGLE

1 L = 1 dm³ et 1 m³ = 1 000 L (rappel de 5e) ; de même, 1 mL = 1 cm³. Entre deux unités de volume voisines, le rapport est **1 000** : un cube de 1 dm d'arête se découpe en $10 \times 10 \times 10 = 1\,000$ cubes de 1 cm d'arête.



Un rang de plus, 1 000 fois plus : c'est le cube de 10.

PIÈGE

Écrire 1 h 12 min = 1,12 h, ou 1 m³ = 100 L. — une heure compte 60 minutes, pas 100 : 12 min, c'est $\frac{12}{60}$ h = 0,2 h. Et un volume a trois dimensions : le rapport entre m³ et dm³ est $10 \times 10 \times 10 = 1\,000$, pas 100.

Ce que ça coûte : la donnée de départ, et donc tous les calculs de vitesse ou de débit qui s'en servent.

Le réflexe : diviser les minutes par 60, avec deux repères : 30 min = 0,5 h et 6 min = 0,1 h. Pour les volumes, penser au cube : 1 m³ = 1 000 dm³ = 1 000 L.

3 Convertir une vitesse : km/h et m/s

CONVERTIR UNE GRANDEUR QUOTIENT EN TROIS TEMPS

1. **Écrire la phrase** : 36 km/h, c'est « 36 km parcourus en 1 h ».
2. **Convertir chaque grandeur séparément** : 36 km = 36 000 m et 1 h = 3 600 s. La vitesse n'a pas changé : « 36 000 m en 3 600 s ».
3. **Ramener à une seule unité de durée** en divisant les deux nombres par le même nombre, comme dans un tableau de proportionnalité.
   $36\,000 \div 3\,600 = 10$
   10 m en 1 s : 36 km/h = 10 m/s

	en une heure	en une seconde
distance	36 km = 36 000 m	**10 m**
durée	1 h = 3 600 s	**1 s**

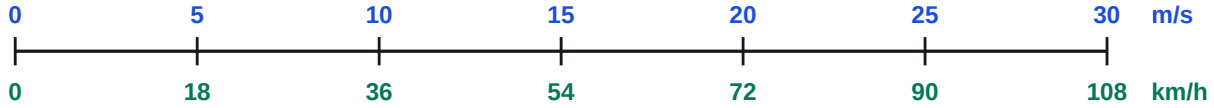
36 km/h = 10 m/s — **÷ 3 600 sur les deux lignes**

À vitesse constante, la distance est proportionnelle à la durée : on divise les deux lignes par le même nombre.

PROPRIÉTÉ

1 m/s = 3,6 km/h (démontré) : en 1 h = 3 600 s, on parcourt $3\,600 \times 1$ m = 3 600 m, soit 3,6 km. Donc, des m/s vers les km/h, on **multiplie par 3,6** ; des km/h vers les m/s, on **divise par 3,6**.

Même vitesse, deux unités



chaque nombre du bas vaut 3,6 fois celui du haut

Une double graduation régulière : 5 m/s de plus en haut, 18 km/h de plus en bas.

EXEMPLE

Un train roule à 108 km/h et une coureuse à 6 m/s. Exprimer la vitesse du train en m/s, puis celle de la coureuse en km/h.

1. Le train : « 108 km en 1 h », c'est « 108 000 m en 3 600 s ». On ramène à 1 s :
$108\,000 \div 3\,600 = 30$
contrôle avec le 3,6 : $108 \div 3{,}6 = 30$
2. La coureuse : en 1 h = 3 600 s, elle parcourt 3 600 fois 6 m.
$6 \times 3\,600 = 21\,600$
21 600 m = 21,6 km ; contrôle : $6 \times 3{,}6 = 21{,}6$

108 km/h = 30 m/s et 6 m/s = 21,6 km/h

PIÈGE

Écrire 36 km/h = $36 \times 3{,}6$ m/s = 129,6 m/s. — le 3,6 est pris dans le mauvais sens. 129,6 m/s, c'est plus de 460 km/h : bien plus vite que la vitesse de départ.

Ce que ça coûte : la conversion, avec un résultat 12,96 fois trop grand.

Le réflexe : en m/s, le nombre est **plus petit** qu'en km/h : vers les m/s, on divise par 3,6.

PIÈGE

Écrire 90 km/h = $90 \div 60$ m/s = 1,5 m/s. — $90 \div 60 = 1{,}5$ donne des **kilomètres par minute** : seule l'heure a été convertie, et à moitié. Il reste à passer des km aux m et des minutes aux secondes : 1,5 km/min = 1 500 m/min = 25 m/s.

Ce que ça coûte : la conversion, avec un résultat plus de 16 fois trop petit.

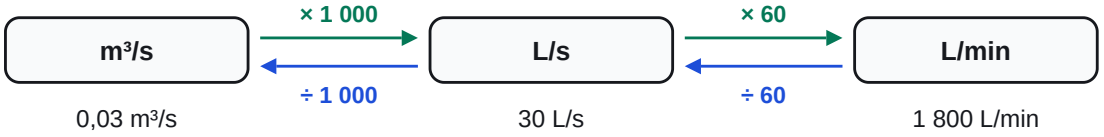
Le réflexe : aller au bout des **deux** conversions : les km en m **et** les h en s.

4 Convertir un débit : m³/s et L/min

CONVERTIR UN DÉBIT EN CHANGEANT SES DEUX UNITÉS

1. **Écrire la phrase** : 0,03 m³/s, c'est « 0,03 m³ écoulés en 1 s ».
2. **Convertir le volume**, avec 1 m³ = 1 000 L : « 30 L en 1 s », soit 30 L/s.
$0{,}03 \times 1\,000 = 30$
3. **Changer d'unité de durée** : 1 min = 60 s, donc en 1 min il s'écoule 60 fois plus d'eau qu'en 1 s.
$30 \times 60 = 1\,800$
0,03 m³/s = 1 800 L/min

Un débit se convertit en deux temps : le volume, puis la durée



0,03 m³/s — 30 L/s — 1 800 L/min

car 1 m³ = 1 000 L — car il coule 60 fois plus en 1 min qu'en 1 s

Aller : × 1 000 puis × 60. Retour : ÷ 60 puis ÷ 1 000.

PROPRIÉTÉ

1 m³/s = 60 000 L/min (démontré) : 1 m³ = 1 000 L s'écoule en 1 s, donc $1\,000 \times 60$ L = 60 000 L en 1 min. Des m³/s vers les L/min, on multiplie par 1 000 puis par 60 ; des L/min vers les m³/s, on divise par 60 puis par 1 000.

EXEMPLE

Une pompe débite 450 L/min. Exprimer ce débit en m³/s.

1. La phrase : « 450 L en 60 s ». On divise par 60 pour revenir à 1 s.
$450 \div 60 = 7{,}5$
7,5 L en 1 s
2. Puis on convertit le volume, avec 1 000 L = 1 m³.
$7{,}5 \div 1\,000 = 0{,}0075$

450 L/min = 0,0075 m³/s

PIÈGE

Écrire 0,03 m³/s = 30 L/min. — seul le volume a été converti : ces 30 L s'écoulent en **une seconde**, pas en une minute.

Ce que ça coûte : la conversion, avec un résultat 60 fois trop petit.

Le réflexe : un débit a deux unités : vérifier qu'on a converti le volume **et** la durée.

5 Vérifier la cohérence des unités

RÈGLE

Les unités se calculent comme les nombres : elles se multiplient, se divisent et se simplifient. Une vitesse multipliée par une durée donne une distance, un débit multiplié par une durée donne un volume, un volume divisé par un débit donne une durée, à condition que les unités soient **accordées** :

$$\frac{\text{km}}{\cancel{\text{h}}} \times \cancel{\text{h}} = \text{km} \qquad \frac{\text{L}}{\cancel{\text{min}}} \times \cancel{\text{min}} = \text{L} \qquad \text{L} \div \frac{\text{L}}{\text{min}} = \text{min}$$

CONTRÔLER UN CALCUL AVEC SES UNITÉS

1. **Écrire l'unité de chaque nombre** dans le calcul, et prévoir l'unité du résultat.
2. **Accorder les unités avant de calculer** : des km/h avec des h, des m/s avec des s, des L/min avec des min et des L. Sinon, convertir d'abord.
3. **Contrôler l'ordre de grandeur** : un piéton marche à environ 5 km/h, soit un peu plus de 1 m/s ; le son parcourt environ 340 m/s dans l'air.

EXEMPLE

Un robinet de débit 8 L/min remplit une baignoire de 0,16 m³. Combien de temps faut-il ?

1. On accorde les unités : le débit est en litres, donc le volume aussi.
   $0{,}16 \times 1\,000 = 160$
   0,16 m³ = 160 L
2. Des L divisés par des L/min donnent des min.
   $160 \div 8 = 20$

la baignoire est pleine en 20 min

PIÈGE

Un drone vole à 12 m/s pendant 5 min : « il parcourt $12 \times 5 = 60$ m ». — des m/s multipliés par des minutes ne donnent pas des mètres. Avec 5 min = 300 s, on trouve $12 \times 300 = 3\,600$ m, soit 3,6 km.

Ce que ça coûte : le résultat, 60 fois trop petit.

Le réflexe : écrire l'unité de chaque facteur et convertir la durée **avant** de multiplier.

À VÉRIFIER

- Ai-je traduit l'unité en phrase : « tant de … en **une** unité de durée » ?
- Ai-je converti **les deux** grandeurs, celle du haut et celle du bas ?
- Le sens est-il plausible : un nombre **plus grand** en km/h qu'en m/s, en L/min qu'en L/s ?
- Mes unités sont-elles **accordées** avant le calcul, et ma conclusion porte-t-elle son unité ?

À RETENIR

- Une **grandeur quotient** se lit « par » : 15 L/min, ce sont 15 L écoulés en **une** minute.
- Pour convertir, on écrit la phrase et on convertit **séparément** les deux grandeurs, puis on ramène à une seule unité de durée.
- **1 m/s = 3,6 km/h** : des m/s vers les km/h, × 3,6 ; des km/h vers les m/s, ÷ 3,6.
- **1 m³ = 1 000 L** et 1 min = 60 s : des m³/s vers les L/min, × 1 000 puis × 60.
- Une durée se convertit en **base 60** : 1 h 12 min = 1,2 h.
- Les unités se calculent : des L divisés par des L/min donnent des min. Une unité inattendue signale une erreur.