

Probabilités — Calcul et arbres

Ce qui est noté au contrôle, ce n'est pas le résultat seul : c'est le raisonnement posé, puis le calcul mené jusqu'au bout avec l'unité.

1 Calculer des probabilités simples

- ① a. Trois faces paires sur six :
 $\frac{3}{6} = 0,5$
- ② b. Deux faces conviennent, 5 et 6 :
 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
- ③ c. Par l'événement contraire, plus rapide que de compter cinq faces :
 $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$
- ④ Le c. illustre la règle du chapitre : « ne pas » appelle presque toujours le contraire.

2 Événement contraire

- ① a. Le contraire complète à 1 :
 $1 - 0,35 = 0,65$
- ② b. « Au moins un 6 » a pour contraire « aucun 6 », bien plus simple à compter : 5 faces sur 6 pour chaque dé, soit 25 issues sur 36.
- ③ Donc :
 $1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}$
- ④ Soit environ 0,31. Compter directement les cas favorables aurait demandé d'énumérer 11 couples — trois fois plus long, et plus risqué.
 $\frac{11}{36} \approx 0,31$

3 Construire un arbre

- ① a. Quatre issues : PP, PF, FP, FF. Le second niveau porte les mêmes probabilités que le premier, les lancers étant indépendants.
- ② b. On multiplie le long de la branche :
 $0,6 \times 0,6 = 0,36$
- ③ c. Deux chemins conviennent, PF et FP, chacun valant $0,6 \times 0,4$:
 $0,24 + 0,24 = 0,48$
- ④ Contrôle : la somme des quatre issues doit valoir 1.
 $0,36 + 0,24 + 0,24 + 0,16 = 1$

4 Avec ou sans remise

- ① a. Au premier tirage, 4 verts sur 10. Au second, il ne reste que 3 verts sur 9 jetons :
 $\frac{4}{10} \times \frac{3}{9} = \frac{12}{90}$
- ② Soit environ 0,133.
 $\frac{12}{90} \approx 0,133$
- ③ b. Avec remise, le sac est intact au second tirage :
 $0,4 \times 0,4 = 0,16$
- ④ c. Sans remise, retirer un vert appauvrit le sac en verts : le second tirage devient moins favorable. C'est pourquoi la probabilité est plus faible.
- ⑤ Le mot « remise » dans l'énoncé décide de tout le second niveau de l'arbre : c'est le premier mot à souligner.

5 Fréquence et probabilité

- ① a. La fréquence vaut :
 $\frac{43}{100} = 0,43$
- ② b. **On ne peut pas conclure.** Sur 100 lancers, un écart de 7 points est banal : la fréquence fluctue beaucoup sur de petits effectifs.
- ③ c. Sur 100 000 lancers, la fréquence devrait être très proche de 0,5 si la pièce était équilibrée. Un écart de 7 points maintenu sur un tel effectif rend le truquage **très probable**.
- ④ C'est la loi des grands nombres, dans les deux sens : elle interdit de conclure sur 100 essais et l'autorise sur 100 000.

6 Repérer l'erreur

- ① a. Impossible : une probabilité vit entre 0 et 1. Un résultat supérieur à 1 signale une addition là où il fallait multiplier, ou un dénominateur oublié.
- ② b. C'est le sophisme du joueur. La pièce n'a pas de mémoire ; la probabilité reste $\frac{1}{2}$ au sixième lancer comme au premier.
- ③ c. **Faux.** On multiplie le long d'une branche, on additionne entre branches.
- ④ Le contrôle qui attrape ces trois erreurs est le même : la somme de toutes les issues doit valoir exactement 1.

7 Une roue, puis une pièce

- ① a. L'arbre a deux niveaux : quatre branches, puis deux pour chacune.
 $4 \times 2 = 8$
huit issues, toutes équiprobables ici.
- ② b. On multiplie le long du chemin qui mène à cette issue.
 $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$
- ③ Ce qui se lisait aussi directement : une issue favorable sur les huit.
- ④ c. Quatre chemins mènent à « pile » — A, B, C ou D, puis pile. On additionne entre chemins.
 $4 \times \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$
- ⑤ Résultat attendu : la roue n'influence pas la pièce, et la pièce donne pile une fois sur deux.
- ⑥ Contrôle final : la somme des huit chemins doit valoir 1.
 $8 \times \frac{1}{8} = 1$
- ⑦ On multiplie le **long** d'un chemin, on additionne **entre** les chemins : les deux gestes ne répondent pas à la même question.

Corrige-toi toi-même. Compte tes points exercice par exercice : c'est ainsi qu'on voit où l'on perd, et ce n'est presque jamais là où on le croit.

Ce qui est évalué	Points	Ce qui fait perdre le point
Donner une probabilité comprise entre 0 et 1	1 pt	Annoncer un résultat supérieur à 1 sans le remarquer
Passer par l'événement contraire quand l'énoncé dit « au moins »	2 pts	Énumérer les cas favorables et en oublier
Multiplier le long d'une branche, additionner entre branches	3 pts	Additionner les probabilités d'un même chemin
Adapter le second niveau de l'arbre selon « avec » ou « sans remise »	2 pts	Reporter les probabilités du premier niveau sans lire ce mot
Vérifier que la somme des issues vaut 1	1 pt	Rendre un arbre dont les issues ne totalisent pas 1