CORRIGÉ

4e

Corrigé détaillé
8 exercices

Puissances de 10 — Notation scientifique, racine carrée

> Ce qui est noté au contrôle, ce n'est pas le résultat seul : c'est le raisonnement posé, puis le calcul mené jusqu'au bout avec l'unité.

1 Sans calculatrice, d'une écriture à l'autre

1. a. Un 1 suivi de 6 zéros.
$10^6 = 1\,000\,000$

2. b. Le 1 est au 4e rang après la virgule : un dix-millième.
$10^{-4} = 0{,}000\,1 = \frac{1}{10\,000}$

3. c. Le 1 est au 6e rang après la virgule.
$0{,}000\,001 = 10^{-6}$

4. d. Quatre facteurs égaux à 6.
$6 \times 6 \times 6 \times 6 = 6^4 = 1\,296$

5. e. Cinq facteurs égaux à 2, puis trois facteurs négatifs : le produit est négatif.
$2^5 = 32 \quad (-2)^3 = -8$

6. f. On revient à l'écriture décimale : $1\,000 \times 10\,000 = 10\,000\,000$, un 1 suivi de 7 zéros.
$10^3 \times 10^4 = 10^7$

2 Vrai ou faux ? Justifie chaque réponse.

1. a. **Faux.** $10^{-3} = 0{,}001$: c'est un nombre positif, plus petit que 1. Le signe moins de l'exposant indique un inverse.

2. b. **Faux.** 3^4 est le produit de quatre facteurs égaux à 3 ; 12, c'est 3×4.
$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

3. c. **Vrai.** 7 est positif et $7^2 = 49$.

4. d. **Faux.** L'égalité $45 \times 10^3 = 45\,000$ est juste, mais 45 a deux chiffres avant la virgule. La notation scientifique est $4{,}5 \times 10^4$.

5. e. **Faux.** L'exposant ne porte que sur 5 : $-5^2 = -25$. C'est $(-5)^2$ qui vaut 25.

6. f. **Faux.** On compare les deux membres :
$\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$
alors que $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$.

7. g. **Vrai.** Le préfixe nano correspond à 10^{-9} : un nanomètre est un milliardième de mètre.

3 Trois écritures d'un même nombre : donne celles qui sont demandées

1. a. Le 7 est au rang des millionièmes ; la virgule avance de 5 rangs pour se placer après le 4.
$0{,}000\,047 = \frac{47}{1\,000\,000} = 4{,}7 \times 10^{-5}$

2. b. Vingt-neuf millièmes ; la virgule avance de 2 rangs.
$\frac{29}{1\,000} = 0{,}029 = 2{,}9 \times 10^{-2}$

3. c. La virgule recule de 6 rangs pour se placer après le 3.
$3\,080\,000 = 3{,}08 \times 10^6$

4. d. La virgule recule de 3 rangs.
$6{,}1 \times 10^{-3} = 0{,}006\,1$

5. e. On écrit d'abord le nombre en entier, puis on place la virgule après le 7.
$72 \times 10^5 = 7\,200\,000 = 7{,}2 \times 10^6$

4 Préfixes : écris chaque grandeur comme demandé

1. a. Le préfixe nano correspond à 10^{-9} : 7 nm $= 7 \times 10^{-9}$ m.
2. b. Le préfixe micro correspond à 10^{-6} : 45 µg $= 45 \times 10^{-6}$ g, puis on place la virgule après le 4.
   $45 \times 10^{-6} = 4{,}5 \times 10^{-5}$
3. c. Le préfixe giga correspond à 10^{9} : 1,3 GW $= 1{,}3 \times 10^{9}$ W.
   $1{,}3 \times 10^{9} = 1\,300\,000\,000$
4. d. 3 000 000 W $= 3 \times 10^{6}$ W, et 10^{6} correspond à méga : la puissance vaut 3 MW.
5. e. Le 2 est au 3e rang après la virgule, et 10^{-3} correspond à milli.
   $0{,}002 = 2 \times 10^{-3}$
   0,002 s = 2 ms.
6. f. Un nanomètre vaut 10^{-9} m, et 5×10^{-7} m $= 500 \times 10^{-9}$ m.
   $5 \times 10^{-7} = 500 \times 10^{-9}$
   la longueur d'onde vaut 500 nm.

5 Du plus petit au plus grand

1. a. Feuille : 0,1 mm $= 0{,}1 \times 10^{-3}$ m $= 1 \times 10^{-4}$ m. Globule rouge : 7 µm $= 7 \times 10^{-6}$ m.
2. a. Bactérie : 2×10^{-6} m. Atome : le 1 est au 10e rang après la virgule, soit 1×10^{-10} m. Cheveu : 7×10^{-5} m.
3. b. On compare d'abord les exposants : $-10 < -6 < -5 < -4$. Seuls la bactérie et le globule ont le même exposant, -6, et $2 < 7$.
4. b. Ordre croissant : atome, bactérie, globule rouge, cheveu, feuille de papier.
5. c. 1 mm $= 1\,000$ µm, car $10^{-3} = 1\,000 \times 10^{-6}$. On divise par 7 µm :
   $1\,000 \div 7 \approx 142{,}9$
6. c. On ne compte que les globules entiers : on peut en aligner 142 sur 1 mm.

6 Racines carrées : de tête, encadrées, à la calculatrice

1. a. $11 \geq 0$ et $11^2 = 121$; $12 \geq 0$ et $12^2 = 144$. Donc $\sqrt{121} = 11$ et $\sqrt{144} = 12$.
2. b. $81 < 90 < 100$, donc $\sqrt{81} < \sqrt{90} < \sqrt{100}$: $9 < \sqrt{90} < 10$.
3. c. $121 < 130 < 144$, donc $11 < \sqrt{130} < 12$.
4. d. L'écran affiche 9,486832981 ; le chiffre des millièmes est 6, on arrondit au centième supérieur.
   $\sqrt{90} \approx 9{,}49$
5. d. 9,49 est bien compris entre 9 et 10 : c'est cohérent avec l'encadrement.
6. e. C'est $\sqrt{2{,}25}$. On essaie 1,5 :
   $1{,}5^2 = 2{,}25$
   1,5 est positif et son carré vaut 2,25, donc $\sqrt{2{,}25} = 1{,}5$.

7 Le potager carré

1. a. Le côté c est une longueur, donc positif, et $c^2 = 200$: la valeur exacte est $c = \sqrt{200}$ m. Comme $14^2 = 196 < 200 < 225 = 15^2$, on a $14 < \sqrt{200} < 15$.
2. a. La calculatrice affiche 14,14213562.
   $\sqrt{200} \approx 14{,}14$
3. b. Le périmètre vaut $4 \times \sqrt{200}$ m ; on garde la valeur exacte jusqu'au bout.
   $4 \times \sqrt{200} \approx 56{,}57$
4. b. Cinq rouleaux couvrent 50 m, moins que 56,57 m ; six rouleaux couvrent 60 m. Il faut 6 rouleaux.
5. c. La diagonale d partage le carré en deux triangles rectangles dont les côtés de l'angle droit mesurent $\sqrt{200}$ m. Par le théorème de Pythagore :
   $d^2 = 200 + 200 = 400$
   car $(\sqrt{200})^2 = 200$.
6. c. d est positif et son carré vaut 400.
   $d = \sqrt{400} = 20$
7. Le côté mesure $\sqrt{200}$ m, environ 14,14 m ; il faut 6 rouleaux de grillage ; l'allée mesure exactement 20 m.

8 Repérer l'erreur : une aire cinq fois plus grande

1. a. Aire du carré de départ et aire du carré de Léo, en cm² :
$3^2 = 9 \quad 15^2 = 225$

2. a. L'aire de Léo vaut 25 fois l'aire de départ, et non 5 fois : multiplier le côté par 5 multiplie l'aire par 5^2.
$225 \div 9 = 25$

3. b. L'aire voulue, en cm² :
$9 \times 5 = 45$

4. b. Le côté est positif et son carré vaut 45 : il vaut $\sqrt{45}$ cm. Comme $36 < 45 < 49$, il est entre 6 et 7 cm.
$\sqrt{45} \approx 6{,}71$

5. c. Les aires sont multipliées par le carré du rapport k des longueurs, donc $k^2 = 5$ et $k = \sqrt{5}$. Contrôle : $(3 \times \sqrt{5})^2 = 9 \times 5 = 45$.
$\sqrt{5} \approx 2{,}24$

6. Léo se trompe : pour une aire 5 fois plus grande, on multiplie le côté par $\sqrt{5}$, environ 2,24 ; le côté mesure $\sqrt{45}$ cm, environ 6,71 cm.

Corrige-toi toi-même. Compte tes points exercice par exercice : c'est ainsi qu'on voit où l'on perd, et ce n'est presque jamais là où on le croit.

Ce qui est évalué	Points	Ce qui fait perdre le point
Calculer une puissance et passer d'une puissance de 10 à son écriture décimale	2 pts	Multiplier la base par l'exposant, ou lire 10^{-3} comme un nombre négatif
Écrire un nombre en notation scientifique et l'associer à ses écritures décimale et fractionnaire	2 pts	Laisser deux chiffres avant la virgule, ou se tromper de signe sur l'exposant
Convertir avec les préfixes de nano à giga	1 pt	Confondre m (milli) et M (méga), ou µ et m
Comparer et ranger des nombres en notation scientifique	1 pt	Comparer les nombres a avant les exposants
Encadrer une racine carrée entre deux entiers et en donner une valeur approchée	2 pts	Ne pas citer les carrés parfaits, écrire = au lieu de ≈, ou arrondir avant la fin
Utiliser la racine carrée dans un problème géométrique et conclure par une phrase	2 pts	Écrire $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$, ou multiplier le côté par le rapport des aires