CORRIGÉ

4e

Pyramides et cônes — Volumes et repérage dans l'espace

Corrigé détaillé
8 exercices

> Ce qui est noté au contrôle, ce n'est pas le résultat seul : c'est le raisonnement posé, puis le calcul mené jusqu'au bout avec l'unité.

1 Lire et placer des coordonnées

1. a. Chaque point est au bout d'une seule arête issue de O : $A(4\,;0\,;0)$, $C(0\,;2\,;0)$ et $D(0\,;0\,;3)$.
2. b. E est au-dessus de A : $E(4\,;0\,;3)$. F est au-dessus de B, lui-même au bout de $[OA]$ puis de $[AB]$: $F(4\,;2\,;3)$. Enfin, $G(0\,;2\,;3)$.
3. c. $DEFG$ est la face du dessus : tous ses points ont pour altitude 3.
4. d. M a l'abscisse et l'ordonnée de A et de E, et son altitude est à mi-hauteur :
   $3 \div 2 = 1{,}5$
   donc M(4 ; 0 ; 1,5).
5. e. Abscisse 4, ordonnée 2, altitude 0 : c'est le sommet B, sur la face du dessous.

2 Calculer des volumes

1. a. La base a pour aire $6 \times 6 = 36$ cm². Volume, en cm³ :
   $V = \frac{36\times5}{3} = \frac{180}{3} = 60$
   le volume est 60 cm³.
2. b. La base a pour aire $\pi \times 4^2 = 16\pi$ cm². Le facteur π reste à part :
   $\frac{16\times9}{3} = \frac{144}{3} = 48$
   donc V = 48π cm³ ; la calculatrice donne 48π ≈ 150,796, soit environ 150,8 cm³.
3. c. Le triangle rectangle a pour base 3 cm et pour hauteur 4 cm, l'autre côté de l'angle droit :
   $B = 3 \times 4 \div 2 = 6$
4. c. Volume, en cm³ :
   $V = \frac{6\times10}{3} = 20$
   le volume est 20 cm³ : la hauteur de 10 cm est celle de la pyramide, pas celle du triangle.

3 Vrai ou faux ? Justifie chaque réponse

1. a. **Vrai.** La base a 6 côtés : 6 faces latérales plus la base font 7 faces ; 6 arêtes de base plus 6 arêtes latérales font 12 arêtes.
2. b. **Faux.** La pyramide n'occupe que le tiers du prisme : $\frac{B\times h}{3}$ contre $B \times h$.
3. c. **Vrai.** Dans $V = \frac{B\times h}{3}$, la base ne change pas : multiplier h par 2 multiplie V par 2.
4. d. **Faux.** Le rayon est au carré : avec un rayon double, r^2 est multiplié par 4, donc le volume aussi.
   $2^2 = 4$
5. e. **Vrai.** L'angle du secteur, en degrés :
   $360 \times \frac{3}{6} = 180$
   un secteur de 180° est un demi-disque.

4 Repérer l'erreur

1. a. Léo a pris la génératrice, 10 cm, pour la hauteur. La hauteur est perpendiculaire à la base, donc plus courte que la génératrice.
2. b. Sarah a mis le diamètre au carré au lieu du rayon, 6 cm : son volume est quatre fois trop grand.
   $384 \div 96 = 4$
3. c. Hugo a oublié de diviser par 3 : il a calculé le volume du cylindre de même base et de même hauteur.
4. d. La hauteur, le rayon et la génératrice forment un triangle rectangle d'hypoténuse la génératrice ; d'après le théorème de Pythagore :
   $h^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$
   donc h = 8 cm.
5. d. Aire de la base : 36π cm². Le facteur π reste à part :
   $\frac{36\times 8}{3} = \frac{288}{3} = 96$
   donc V = 96π cm³.
6. **Réponse rédigée :** le volume du cône est 96π cm³, soit environ 302 cm³, car $96\pi \approx 301{,}6$.

---

5 De la perspective au patron

1. a. On trace le carré $ABCD$ de 3 cm de côté. Sur chaque côté, par exemple $[AB]$, deux arcs de rayon 4 cm, centrés en A et en B, se coupent hors du carré : on obtient quatre triangles isocèles de côtés 4 cm, 4 cm et 3 cm, accrochés aux côtés du carré.
2. b. Les **quatre** pointes des triangles se rejoignent au pliage : elles deviennent toutes le sommet S.
3. c. **Non.** En perspective cavalière, les arêtes latérales sont déformées : seules les longueurs parallèles à la feuille sont en vraie grandeur. Sur le patron, $SA = SB = 4$ cm.
4. d. La base a 4 côtés : $4 + 1 = 5$ faces, $2 \times 4 = 8$ arêtes et $4 + 1 = 5$ sommets.

---

6 Un cône à partir de son patron

1. a. Le rayon du secteur est la génératrice, $g = 5$ cm, et celui du disque le rayon de la base, $r = 3$ cm. L'angle, en degrés :
   $360 \times \frac{3}{5} = \frac{1\,080}{5} = 216$
2. b. La hauteur, le rayon et la génératrice forment un triangle rectangle d'hypoténuse la génératrice ; d'après le théorème de Pythagore :
   $h^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$
   donc h = 4 cm.
3. c. Aire de la base : 9π cm². Le facteur π reste à part :
   $\frac{9\times 4}{3} = 12$
   donc V = 12π cm³ ; la calculatrice donne 12π ≈ 37,70, soit environ 37,7 cm³.
4. d. La partie retirée complète le secteur jusqu'au tour complet :
   $360 - 216 = 144$
   Nina mesure 144°, ce qui lui évite de tracer un angle de plus de 180°.
5. **Réponse rédigée :** un secteur de 216°, un cône de hauteur 4 cm et de volume 12π cm³, soit environ 37,7 cm³.

---

7 Des verres en forme de cône

1. a. On modélise le verre par un cône de hauteur 6 cm et de rayon $r = 10 \div 2 = 5$ cm. Aire de la base : 25π cm². Le facteur π reste à part :
   $\frac{25\times 6}{3} = \frac{150}{3} = 50$
   donc V = 50π cm³.
2. a. La calculatrice donne $50\pi \approx 157{,}08$: un verre contient environ 157 cm³.
3. b. Même unité d'abord : 1 L = 1 000 cm³, donc la bouteille contient 1 500 cm³. Nombre de verres : $1\,500 \div (50\pi) \approx 9{,}55$. On ne sert que des verres **pleins** : 9 verres, car le dixième ne serait pas rempli.
   $1{,}5 \times 1\,000 = 1\,500$
4. c. Neuf verres contiennent $9 \times 50\pi = 450\pi$ cm³, et $450\pi \approx 1\,413{,}7$:
   $1\,500 - 1\,413{,}7 = 86{,}3$
5. **Réponse rédigée :** on sert 9 verres pleins, et il reste environ 86 cm³ de jus dans la bouteille.

---

8 Une pyramide dans un pavé droit

1. a. B a l'abscisse de A et l'ordonnée de C, à l'altitude 0 : $B(6\,;4\,;0)$. F est au-dessus, à l'altitude de D : $F(6\,;4\,;5)$.
2. b. S est à mi-chemin selon les abscisses et les ordonnées, à l'altitude 5 :
   $6 \div 2 = 3$
   et 4 ÷ 2 = 2, donc S(3 ; 2 ; 5).
3. c. La base $OABC$ est un rectangle de 6 cm sur 4 cm, d'aire $6 \times 4 = 24$ cm², à l'altitude 0 : la hauteur de la pyramide est l'altitude de S, 5 cm.
   $V = \frac{24 \times 5}{3} = \frac{120}{3} = 40$
   le volume est 40 cm³.
4. d. Volume du pavé, en cm³ :
   $6 \times 4 \times 5 = 120$
   et 40 ÷ 120 = 1/3 : la pyramide occupe le tiers du pavé, qui a la même base et la même hauteur.
5. e. T a lui aussi l'altitude 5 : il est sur la face du dessus. **Réponse rédigée :** la pyramide $TOABC$ a la même base et la même hauteur, 5 cm ; son volume ne change pas et vaut toujours 40 cm³. Seules comptent l'aire de la base et la hauteur, pas la position du sommet au-dessus de la base.

Corrige-toi toi-même. Compte tes points exercice par exercice : c'est ainsi qu'on voit où l'on perd, et ce n'est presque jamais là où on le croit.

Ce qui est évalué	Points	Ce qui fait perdre le point
Identifier la base et la hauteur, et calculer la hauteur d'un cône avec le théorème de Pythagore si besoin	1 pt	Prendre une arête latérale ou la génératrice pour la hauteur
Calculer le volume d'une pyramide ou d'un cône : $B \times h \div 3$, valeur exacte puis arrondi	2 pts	Oublier la division par 3, mettre le diamètre au carré, ou arrondir π en cours de calcul
Exprimer le résultat dans l'unité demandée (cm³, L) et conclure par une phrase	1 pt	Convertir 1 L en 100 cm³ au lieu de 1 000, ou rendre un nombre sans unité
Construire un patron en vraie grandeur, et calculer l'angle du secteur d'un cône	2 pts	Un secteur de rayon h au lieu de g, ou des bords qui se recollent de longueurs différentes
Lire et placer un point dans un pavé droit par ses coordonnées	2 pts	Inverser abscisse et ordonnée, ou mesurer sur la fuyante au lieu de compter les unités