

Théorème de Pythagore — Applications et réciproque

Ce qui est noté au contrôle, ce n'est pas le résultat seul : c'est le raisonnement posé, puis le calcul mené jusqu'au bout avec l'unité.

1 Repérer l'hypoténuse

- ① L'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit : ses extrémités sont les deux sommets qui ne portent pas l'angle droit.
- ② a. $[RT]$ · b. $[KL]$ · c. $[DF]$ · d. $[AB]$
- ③ Vérification : dans chaque cas, la lettre de l'angle droit est absente du nom de l'hypoténuse.

2 Calculer la longueur de l'hypoténuse

- ① L'angle droit est en A : c'est $[BC]$, en face, qui est l'hypoténuse. On cherche le grand côté, donc on additionne.
- ② a.
 $BC^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$
 $BC = 15 \text{ cm}$
- ③ b.
 $BC^2 = 5^2 + 5^2 = 25 + 25 = 50$
 $BC \approx 7,07 \text{ cm}$
- ④ c.
 $BC^2 = 2,4^2 + 3,2^2 = 5,76 + 10,24 = 16$
 $BC = 4 \text{ cm}$
- ⑤ Au b., on garde la valeur exacte dans le calcul et on n'arrondit qu'à la fin.
 $\sqrt{50} \approx 7,07$

3 Calculer un côté de l'angle droit

- ① Ici BC est l'hypoténuse : c'est une donnée. On part de la même égalité, puis on soustrait.
- ② a.
 $AC^2 = 17^2 - 8^2 = 289 - 64 = 225$
 $AC = 15 \text{ cm}$
- ③ b.
 $AB^2 = 25^2 - 7^2 = 625 - 49 = 576$
 $AB = 24 \text{ cm}$
- ④ c.
 $AC^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$
 $AC = 8 \text{ cm}$
- ⑤ Au c., on reconnaît le triplet (6 ; 8 ; 10), qui est (3 ; 4 ; 5) doublé.

4 Ce triangle est-il rectangle ?

- ① On calcule séparément le carré du plus grand côté, puis la somme des carrés des deux autres, et on compare.
 - ② a.
 $41^2 = 1681$
et $9^2 + 40^2 = 81 + 1600 = 1681$: égaux, donc rectangle
 - ③ a. — la somme
 $9^2 + 40^2 = 81 + 1600 = 1681$
 - ④ b.
 $11^2 = 121$
et $7^2 + 8^2 = 113$
 - ⑤ b. — la somme
 $7^2 + 8^2 = 49 + 64 = 113$
 $121 \neq 113$: le triangle n'est pas rectangle
 - ⑥ c.
 $2,5^2 = 6,25$
 - ⑦ c. — la somme
 $1,5^2 + 2^2 = 2,25 + 4 = 6,25$
égaux, donc rectangle
 - ⑧ Une réponse complète précise où se trouve l'angle droit : au a., opposé au côté de 41 cm ; au c., opposé à celui de 2,5 cm.
-

5 L'échelle contre le mur

- ① Le mur, le sol et l'échelle forment un triangle rectangle : l'angle droit est au pied du mur. L'échelle, qui lui est opposée, est l'hypoténuse.
 - ② On pose l'égalité et on isole la hauteur.
 $h^2 = 5^2 - 1,4^2 = 25 - 1,96 = 23,04$
 - ③ On prend la racine.
 $h = \sqrt{23,04} = 4,8$
 - ④ **Réponse rédigée** : l'échelle touche le mur à 4,8 m du sol. Vérification de bon sens : 4,8 m est bien inférieur à la longueur de l'échelle.
 - ⑤ Une hauteur supérieure à 5 m aurait signalé une erreur.
-

6 Couper à travers le jardin

- ① Aucun triangle n'est dessiné : la diagonale en crée un, et l'angle droit est celui du coin du jardin.
 - ② La diagonale, par le théorème.
 $d^2 = 80^2 + 60^2 = 6400 + 3600 = 10\,000$
 - ③ On prend la racine.
 $d = \sqrt{10\,000} = 100$
Théo parcourt 100 m
 - ④ Le trajet de Lina.
 $80 + 60 = 140$
Lina parcourt 140 m
 - ⑤ L'économie.
 $140 - 100 = 40$
Théo économise 40 m, près de 30 % du trajet de Lina
 - ⑥ Ce résultat illustre l'inégalité triangulaire : couper en diagonale est *toujours* plus court, quel que soit le rectangle.
-

7 Des angles droits cachés

- ① a. La diagonale d'un carré crée deux triangles rectangles isocèles.
 $d^2 = 5^2 + 5^2 = 25 + 25 = 50$
- ② On arrondit seulement ici.
 $d = \sqrt{50} \approx 7,1$
la diagonale mesure environ 7,1 cm
- ③ b. Les diagonales d'un losange se coupent en leur milieu **et** perpendiculairement : les demi-diagonales mesurent 6 cm et 8 cm, et le côté est l'hypoténuse.
 $c^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$
- ④ On prend la racine.
 $c = \sqrt{100} = 10$
le côté mesure 10 cm
- ⑤ c. La hauteur issue du sommet d'un triangle isocèle tombe au milieu de la base : elle forme un triangle rectangle de côtés 5 et h , d'hypoténuse 13.
 $h^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$
- ⑥ On prend la racine.
 $h = \sqrt{144} = 12$
la hauteur mesure 12 cm
- ⑦ Dans les trois cas, aucun triangle rectangle n'était donné : c'est une propriété de la figure — diagonale du carré, perpendicolarité des diagonales du losange, hauteur d'un isocèle — qui en fabrique un.

8 Les triplets pythagoriciens

- ① a. On compare les deux membres séparément.
 $7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625$
- ② Et de l'autre côté.
 $25^2 = 625$
les deux sont égaux : (7 ; 24 ; 25) est bien un triplet pythagoricien
- ③ b. 14, 48 et 50 sont les doubles de 7, 24 et 25. Multiplier les trois côtés par 2 multiplie les trois carrés par 4 : l'égalité se conserve.
 $14^2 + 48^2 = 196 + 2304 = 2500$
- ④ L'autre membre.
 $50^2 = 2500$
par la réciproque, le triangle est rectangle
- ⑤ c. Douze intervalles se répartissent en 3 + 4 + 5. Le maçon tend la corde en triangle sur ces longueurs : la réciproque garantit l'angle droit entre les côtés de 3 et de 4 nœuds.
- ⑥ Ce procédé est attesté chez les arpenteurs égyptiens, plus de mille ans avant que le théorème ne soit démontré.

Corrige-toi toi-même. Compte tes points exercice par exercice : c'est ainsi qu'on voit où l'on perd, et ce n'est presque jamais là où on le croit.

Ce qui est évalué	Points	Ce qui fait perdre le point
Justifier que le triangle est rectangle et nommer l'hypoténuse	1 pt	Commencer directement par le calcul
Poser l'égalité de Pythagore avec les bons côtés	1 pt	Mettre un côté de l'angle droit seul à gauche du signe égal
Mener le calcul jusqu'à la racine carrée	1 pt	S'arrêter au carré, ou arrondir avant la fin
Conclure par une phrase, avec l'unité	1 pt	Un nombre seul, sans unité ni phrase