CORRIGÉ

4e

Corrigé détaillé
8 exercices

Translations planes — Agrandissements et réductions

> Ce qui est noté au contrôle, ce n'est pas le résultat seul : c'est le raisonnement posé, puis le calcul mené jusqu'au bout avec l'unité.

1 Vrai ou faux ? Justifie.

1. a. **Vrai.** Une translation conserve les longueurs.
2. b. **Faux.** C'est $ABM'M$ qui est un parallélogramme ; dans l'ordre $ABMM'$, le quadrilatère est croisé.
3. c. **Faux.** L'aire est multipliée par 2^2, soit 4 : un carré de côté 3 cm a une aire de 9 cm², et un carré de côté 6 cm une aire de 36 cm².
   $9 \times 4 = 36$
4. d. **Faux.** Une réduction conserve les angles : l'angle mesure toujours 60°.

2 Sur quadrillage : translation et agrandissement

1. a. Chaque sommet fait le trajet de A à B : 4 carreaux à droite, 2 vers le haut. R' est à 4 carreaux à droite et 2 au-dessus de R, de même pour S' et T' ; on relie R', S', T' dans cet ordre.
2. b. On multiplie par 2 chaque côté de l'angle droit, en carreaux :
   $3 \times 2 = 6$
3. Et :
   $2 \times 2 = 4$
   on trace un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 6 et 4 carreaux.
4. c. Aire de RST, en carreaux :
   $\frac{3 \times 2}{2} = 3$
5. Une translation conserve les aires : $R'S'T'$ a aussi une aire de 3 carreaux.
6. L'agrandissement de rapport 2 a une aire multipliée par $2^2 = 4$:
   $\frac{6 \times 4}{2} = 12 = 3 \times 4$
7. Les aires sont donc 3, 3 et 12 carreaux.

3 Calculer grâce à une translation

1. a. Une translation conserve les longueurs : $E'F' = EF = 6$ cm et $F'G' = FG = 4{,}5$ cm.
2. b. Elle conserve les angles : $\widehat{E'F'G'} = \widehat{EFG} = 90^\circ$. Le triangle $E'F'G'$ est rectangle en F'.
3. c. Aire de EFG, en cm² :
   $\frac{6 \times 4{,}5}{2} = \frac{27}{2} = 13{,}5$
4. Une translation conserve les aires : l'aire de $E'F'G'$ vaut aussi 13,5 cm².
5. d. Dans le triangle $E'F'G'$ rectangle en F', le théorème de Pythagore donne :
   $E'G'^2 = 6^2 + 4{,}5^2 = 36 + 20{,}25 = 56{,}25$
6. Donc $E'G'$ est la racine carrée de 56,25 :
   $E'G' = \sqrt{56{,}25} = 7{,}5$
7. $E'G' = 7{,}5$ cm.

4 Démontrer avec une translation

1. a. **On sait que** la droite (EF) est l'image de la droite (BC) par la translation. **Or** l'image d'une droite par une translation lui est parallèle. **Donc** (EF) et (BC) sont parallèles.
2. b. **On sait que** la translation transforme A en D et B en E. **Or** si la translation qui transforme A en D transforme B en E, alors $ADEB$ est un parallélogramme.
3. **Donc** $ADEB$ est un parallélogramme.
4. c. Dans le parallélogramme $ADEB$, les côtés opposés $[AD]$ et $[BE]$ ont la même longueur : $BE = AD = 5$ cm.
5. d. Une translation conserve les angles : $\widehat{DEF} = \widehat{ABC} = 65^\circ$.
6. Conclusion : (EF) est parallèle à (BC), $ADEB$ est un parallélogramme, $BE = 5$ cm et $\widehat{DEF} = 65^\circ$.

---

5 Lire une frise

1. a. Les motifs 2 et 4 ont la même orientation que le motif 1 : ce sont ses images par une translation.
2. b. Le motif 3 est retourné : c'est l'image du motif 1 par une symétrie axiale, pas par une translation.
3. Le motif 5 a fait un demi-tour : c'est une symétrie centrale, pas une translation.
4. c. Du motif 1 au motif 4, il y a 3 pas de 2 cm, vers la droite :
   $3 \times 2 = 6$
5. Le motif 4 est l'image du motif 1 par une translation de 6 cm vers la droite.

---

6 Lire une carte

1. a. Sur le terrain, les longueurs sont 25 000 fois plus grandes. En cm :
   $6{,}4 \times 25\,000 = 160\,000$
2. 160 000 cm = 1 600 m = 1,6 km.
   $160\,000 \div 100\,000 = 1{,}6$
3. b. 3 km = 300 000 cm, et la distance sur la carte est 25 000 fois plus petite, en cm :
   $300\,000 \div 25\,000 = 12$
4. c. 1 cm sur la carte représente 250 m. Un carré de 1 cm de côté représente donc un carré de 250 m de côté, en m² :
   $250 \times 250 = 62\,500$
5. L'aire réelle du lac, en m² :
   $3 \times 62\,500 = 187\,500$
6. Le sentier mesure 1,6 km, les refuges sont à 12 cm sur la carte et le lac a une aire de 187 500 m².

---

7 La maquette d'une pyramide

1. a. 30 m = 3 000 cm. On divise par 200 :
   $3\,000 \div 200 = 15$
2. 20 m = 2 000 cm, et :
   $2\,000 \div 200 = 10$
3. b. Volume d'une pyramide : $\frac{1}{3} \times$ aire de la base $\times$ hauteur. En m³ :
   $\frac{1}{3} \times 30 \times 30 \times 20 = \frac{18\,000}{3} = 6\,000$
4. c. Volume de la maquette, en cm³ :
   $\frac{1}{3} \times 15 \times 15 \times 10 = \frac{2\,250}{3} = 750$
5. Vérification : 6 000 m³ = 6 000 000 000 cm³, et le volume est multiplié par k^3, avec $k = \frac{1}{200}$:
   $200 \times 200 \times 200 = 8\,000\,000$
6. En cm³ :
   $6\,000\,000\,000 \div 8\,000\,000 = 750$
7. La maquette mesure 15 cm de côté et 10 cm de haut ; son volume est de 750 cm³, 8 000 000 de fois plus petit que celui de la pyramide.

---

8 Repérer l'erreur : du format A4 au format A3

1. a. Aire de la feuille A4, en cm² :
$21 \times 29{,}7 = 623{,}7$
2. Aire de la feuille A3, en cm² :
$29{,}7 \times 42 = 1\,247{,}4$
3. Rapport des aires :
$1\,247{,}4 \div 623{,}7 = 2$
4. b. Régler sur 200 %, c'est multiplier les longueurs par 2, donc l'aire par $2^2 = 4$: l'affiche aurait l'aire de deux feuilles A3, et elle déborderait.
5. c. L'aire est multipliée par 2, donc $k^2 = 2$ avec $k > 0$: k est la racine carrée de 2.
$k = \sqrt{2} \approx 1{,}414$
6. Vérification sur les dimensions, en cm :
$21 \times 1{,}414 = 29{,}694 \approx 29{,}7$
et de même $29{,}7 \times 1{,}414 \approx 42{,}0$.
7. Le réglage 141 % correspond bien au passage de A4 à A3 : les longueurs sont multipliées par environ 1,414, et l'aire par 2.

Corrige-toi toi-même. Compte tes points exercice par exercice : c'est ainsi qu'on voit où l'on perd, et ce n'est presque jamais là où on le croit.

Ce qui est évalué	Points	Ce qui fait perdre le point
Construire l'image d'une figure par translation : même trajet, dans le bon sens	2 pts	Faire le trajet de B vers A, ou tourner la figure en la déplaçant
Justifier une longueur, un angle, une aire ou un parallélisme par la conservation	2 pts	Mesurer sur la figure, ou écrire le parallélogramme $ABMM'$ au lieu de $ABM'M$
Reconnaître une translation dans une frise ou un pavage	1 pt	Prendre un motif retourné ou tourné pour l'image par une translation
Calculer le rapport k et une longueur, y compris avec une échelle	2 pts	Inverser le rapport, ajouter au lieu de multiplier, ou comparer des longueurs d'unités différentes
Calculer une aire avec k^2, un volume avec k^3, et conclure par une phrase	3 pts	Multiplier une aire ou un volume par k, ou chercher k en divisant le rapport d'aires par 2