EXERCICES

4e

Triangles égaux — Cas d'égalité et démonstration

Nom : _____
Classe : _____

> Au contrôle, une réponse juste sans calcul ne rapporte presque rien : chaque problème se rédige en quatre temps — **justifier**, **poser** l'égalité, **mener le calcul** jusqu'au bout, **conclure** par une phrase avec l'unité. La place réservée est dimensionnée pour ces quatre temps.

1 Quel cas d'égalité ?

●○○

a. $AB = DE = 5$ cm, $BC = EF = 7$ cm et $AC = DF = 4$ cm.

b. $AB = DE = 6$ cm, $AC = DF = 4$ cm et $\widehat{BAC} = \widehat{EDF} = 50^\circ$.

c. $AB = DE = 5$ cm, $\widehat{BAC} = \widehat{EDF} = 40^\circ$ et $\widehat{ABC} = \widehat{DEF} = 70^\circ$.

d. $AB = DE = 6$ cm, $AC = DF = 4$ cm et $\widehat{ABC} = \widehat{DEF} = 30^\circ$.

e. $AB = DE = 5$ cm, $\widehat{BAC} = \widehat{EDF} = 40^\circ$ et $\widehat{ACB} = \widehat{DFE} = 75^\circ$.

Énoncé	Ta réponse	Pourquoi ?
a. $AB = DE = 5$ cm, $BC = EF = 7$ cm et $AC = DF = 4$ cm.		
b. $AB = DE = 6$ cm, $AC = DF = 4$ cm et $\widehat{BAC} = \widehat{EDF} = 50^\circ$.		
c. $AB = DE = 5$ cm, $\widehat{BAC} = \widehat{EDF} = 40^\circ$ et $\widehat{ABC} = \widehat{DEF} = 70^\circ$.		
d. $AB = DE = 6$ cm, $AC = DF = 4$ cm et $\widehat{ABC} = \widehat{DEF} = 30^\circ$.		
e. $AB = DE = 5$ cm, $\widehat{BAC} = \widehat{EDF} = 40^\circ$ et $\widehat{ACB} = \widehat{DFE} = 75^\circ$.		

2 Construire, puis comparer

●○○

a. Construis le triangle KLM tel que $KL = 7$ cm, $LM = 5$ cm et $KM = 4$ cm.

b. Construis le triangle NOP tel que $NO = 5$ cm, $NP = 6$ cm et $\widehat{ONP} = 70^\circ$.

c. Le triangle UVW a pour données $UV = 6$ cm, $\widehat{VUW} = 35^\circ$ et $\widehat{UVW} = 110^\circ$. Calcule $\widehat{UWV}$, puis construis UVW.

d. Ton voisin a construit les mêmes triangles. Sans les découper, pourquoi peux-tu affirmer qu'ils se superposent aux tiens ?

3 Écrire un protocole de construction

●●○

a. La figure à main levée ci-contre décrit le triangle RST : $RS = 6$ cm, $RT = 4$ cm et $\widehat{SRT} = 45^\circ$. Écris un protocole de construction de RST.

b. Quel cas d'égalité garantit que tous ceux qui suivent ton protocole obtiennent des triangles superposables ?

c. Lou veut construire un triangle XYZ tel que $XY = 6$ cm, $YZ = 4$ cm et $XZ = 11$ cm. Est-ce possible ? Justifie.

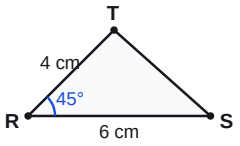


Figure à main levée : $RS = 6$ cm, $RT = 4$ cm, angle de 45° en R.

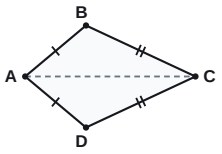
4 Le cerf-volant : démontrer, puis calculer

●●○

a. $ABCD$ est un quadrilatère tel que $AB = AD$ et $CB = CD$. Démontre que les triangles ABC et ADC sont égaux.

b. On donne $\widehat{BAD} = 80^\circ$ et $\widehat{ABC} = 115^\circ$. Justifie que $\widehat{BAC} = \widehat{DAC}$, puis calcule $\widehat{BAC}$.

c. Donne $\widehat{ADC}$, puis calcule $\widehat{BCA}$ et $\widehat{BCD}$.



$AB = AD$ et $CB = CD$.

5 Repérer l'erreur

●●○

a. Léo : « Dans ABC et DEF, $AB = DE = 5$ cm, $AC = DF = 4$ cm et $\widehat{ABC} = \widehat{DEF} = 40^\circ$. Deux côtés et un angle : les triangles sont égaux. »

b. Inès : « Mes deux triangles ont chacun des angles de 30°, 60° et 90° : ils sont égaux. »

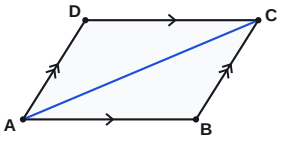
c. Sam : « RST et UVW sont égaux, avec $RS = UV$, $ST = VW$ et $RT = UW$. Donc $\widehat{SRT} = \widehat{UVW}$. »

6 Démontrer une propriété du parallélogramme

a. $ABCD$ est un quadrilatère tel que $(AB) \parallel (DC)$ et $(AD) \parallel (BC)$. Justifie que $\widehat{BAC} = \widehat{DCA}$ et que $\widehat{BCA} = \widehat{DAC}$.

b. Démontre que les triangles ABC et CDA sont égaux.

c. Déduis-en que $AB = CD$ et $AD = BC$. Quelle propriété du parallélogramme vient-on de démontrer ?



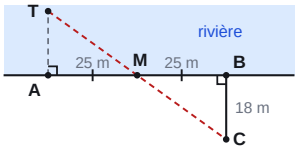
Mêmes chevrons : côtés parallèles.

7 La largeur de la rivière

a. Lina veut connaître la largeur d'une rivière sans la traverser. Elle se place en A, juste en face d'un arbre T de l'autre rive : (AT) est perpendiculaire à la rive. Elle longe la rive sur 25 m et plante un piquet M, puis continue sur 25 m jusqu'en B. De B, elle s'éloigne de la rivière perpendiculairement à la rive, jusqu'au point C où le piquet lui cache exactement l'arbre : T, M et C sont alignés. Démontre que les triangles AMT et BMC sont égaux.

b. Elle mesure $BC = 18$ m. Quelle est la largeur AT de la rivière ?

c. Si Lina avait marché 30 m, puis encore 30 m, aurait-elle trouvé une autre valeur de BC ? Explique.



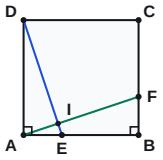
Vue de dessus : $AM = MB = 25$ m.

8 Deux segments dans un carré

a. $ABCD$ est un carré de côté 6 cm. E est le point de $[AB]$ tel que $AE = 2$ cm, et F le point de $[BC]$ tel que $BF = 2$ cm. Démontre que les triangles DAE et ABF sont égaux.

b. Déduis-en que $DE = AF$ et que $\widehat{ADE} = \widehat{BAF}$.

c. Les segments $[DE]$ et $[AF]$ se coupent en I. Démontre que les droites (DE) et (AF) sont perpendiculaires. Aide : exprime $\widehat{DAI}$ à l'aide de $\widehat{BAF}$.



$AE = BF = 2$ cm.

Corrigé détaillé sur **progresschool.fr** — chapitre « Triangles égaux — Cas d'égalité et démonstration ».