CORRIGÉ

Calcul littéral — Formules, substitution et premières équations

5e

Corrigé détaillé
8 exercices

> Ce qui est noté au contrôle, ce n'est pas le résultat seul : c'est le raisonnement posé, puis le calcul mené jusqu'au bout avec l'unité.

1 Traduire en formule

1. a. Le triple de n : $3 \times n$, qui s'écrit $3n$.
2. b. On double d'abord, puis on prend le successeur : $2n + 1$.
3. c. On prend d'abord le successeur, puis on double : la parenthèse est indispensable, $2(n + 1)$.
   $2 \times (5 + 1) = 12$
   contrôle pour n = 5 : c donne 12, alors que b donne 2 × 5 + 1 = 11. L'ordre des mots décide de l'ordre des calculs.
4. d. $n \div 2 + 5$, qu'on peut aussi écrire $\frac{n}{2} + 5$.
5. e. Le périmètre est $4c$ (quatre côtés égaux) et l'aire est $c \times c = c^2$.

2 Substituer, puis tester une égalité

1. a. Pour $x = 3$:
   $A = 5 \times 3 - 3 = 15 - 3 = 12$
2. Pour $x = 1{,}5$:
   $A = 5 \times 1{,}5 - 3 = 7{,}5 - 3 = 4{,}5$
3. b. La parenthèse se calcule d'abord. Pour $x = 3$:
   $B = 2 \times (3 + 4) = 2 \times 7 = 14$
   pour x = 1,5 : B = 2 × (1,5 + 4) = 2 × 5,5 = 11.
4. c. Pour $x = 3$, on calcule chaque membre séparément :
   $3 \times 3 + 4 = 13$
   et 5 × 3 − 2 = 13 : les deux membres sont égaux, l'égalité est vraie pour x = 3.
5. Pour $x = 4$:
   $3 \times 4 + 4 = 16$
   et 5 × 4 − 2 = 18 : 16 ≠ 18, l'égalité est fausse pour x = 4.
6. L'égalité est vraie pour $x = 3$ mais pas pour $x = 4$: elle n'est **pas vraie pour tous les nombres**.

3 Somme ou produit ? Développer et factoriser

1. a. $7x + 2$: la dernière opération est +, c'est une **somme**. $7(x + 2)$: la parenthèse d'abord, puis ×, c'est un **produit**. $x \times 5 + 1$: la multiplication est prioritaire, on finit par +, c'est une **somme**.
2. b. En un seul rectangle, l'aire vaut $5(x + 2)$. En deux rectangles :
   $5 \times x + 5 \times 2 = 5x + 10$
   donc 5(x + 2) = 5x + 10 : c'est la distributivité.
3. c.
   $6(x + 1{,}5) = 6 \times x + 6 \times 1{,}5 = 6x + 9$
4. Puis
   $3(2x - 4) = 3 \times 2x - 3 \times 4 = 6x - 12$
5. d.
   $8x + 24 = 8 \times x + 8 \times 3 = 8(x + 3)$
6. Puis
   $9x - 9 = 9 \times x - 9 \times 1 = 9(x - 1)$
   le 1 ne s'écrit pas devant x, mais il faut le faire apparaître. Contrôle : redévelopper redonne 8x + 24 et 9x − 9.

4 Repérer l'erreur

1. a. **Faux.** $4x$ signifie $4 \times x$:
   $4 \times 2 + 1 = 8 + 1 = 9$
2. b. **Faux.** Le 5 multiplie les deux termes de la parenthèse :
   $5(x + 3) = 5x + 15$
3. c. **Faux.** $2x$ et 7 ne se regroupent pas : $2x + 7$ est déjà réduite. Pour $x = 0$, elle vaut 7 alors que $9x$ vaut 0.
4. d. **Faux.** Trois x additionnés se comptent : $x + x + x = 3x$. Pour $x = 2$: $2 + 2 + 2 = 6$, alors que $2^3 = 8$.
5. e. **Faux.** On défait « + 9 » en soustrayant 9 :
   $x = 15 - 9 = 6$
   vérification : 6 + 9 = 15. Chaque erreur se démasque en remplaçant x par un nombre.

5 Une suite de motifs

1. a. On compte 3, 5, 7 : on ajoute un carreau au bout de chaque bras, donc 2 carreaux par étape.
   $7 + 2 = 9$
   l'étape 4 compte 9 carreaux. Structure : un carreau d'angle et deux bras de n carreaux à l'étape n.
2. b. Un carreau d'angle et deux bras de 20 :
   $1 + 2 \times 20 = 41$
   l'étape 20 compte 41 carreaux.
3. c. À l'étape n : $1 + 2n$ carreaux, ou $2n + 1$. Contrôle pour $n = 3$:
   $1 + 2 \times 3 = 7$
4. d. $2n$ est pair, donc $2n + 1$ est toujours **impair**. Or 50 est pair : aucune étape ne compte exactement 50 carreaux. La formule a répondu pour toutes les étapes à la fois.

6 Résoudre une équation

1. a. On défait « + 7,5 » :
   $x = 12 - 7{,}5 = 4{,}5$
   vérification : 4,5 + 7,5 = 12.
2. b. On défait « × 8 » :
   $x = 52 \div 8 = 6{,}5$
   vérification : 8 × 6,5 = 52.
3. c. On défait « ÷ 5 » par une multiplication :
   $x = 1{,}2 \times 5 = 6$
   vérification : 6 ÷ 5 = 1,2.
4. d. On divise 0 par 11 :
   $x = 0 \div 11 = 0$
   vérification : 11 × 0 = 0.
5. e. On défait « + 9 » ; le résultat est négatif :
   $x = 4 - 9 = -5$
   vérification : (−5) + 9 = 4. Les solutions sont 4,5 ; 6,5 ; 6 ; 0 et −5.

7 Des problèmes à trou

1. a. Soit x le prix d'un stylo, en euros. Six stylos coûtent $6x$, d'où l'équation $6x = 8{,}7$. On défait « × 6 » :
   $x = 8{,}7 \div 6 = 1{,}45$
   vérification : 6 × 1,45 = 8,70. Un stylo coûte 1,45 €.
2. b. Soit x le nombre de passagers avant l'arrêt : $x + 14 = 37$.
   $x = 37 - 14 = 23$
   vérification : 23 + 14 = 37. Il y avait 23 passagers avant l'arrêt.
3. c. Soit x la quantité d'un verre, en litres : $3x = 2$. La division $2 \div 3$ ne tombe pas juste : la solution est le nombre quotient $\frac{2}{3}$.
   $3 \times \frac{2}{3} = 2$
4. **Chaque verre contient $\frac{2}{3}$ L de jus**, soit environ 0,67 L.
5. Dans chaque cas : une lettre pour le nombre cherché, une équation, l'opération inverse, la vérification, puis une phrase.

8 Vrai ou faux ? Démontrer ou réfuter

1. a. **Vrai**, par la distributivité, quel que soit x :
   $4(x+2) = 4 \times x + 4 \times 2 = 4x + 8$
2. b. **Faux.** Contre-exemple : pour $x = 2$, le membre de gauche vaut
   $2 + 5 = 7$
   et le membre de droite 5 × 2 = 10 : 7 ≠ 10, donc x = 2 est un contre-exemple.
3. c. **Vrai.** Deux entiers consécutifs s'écrivent n et $n+1$:
   $n + (n+1) = 2n + 1$
   2n est pair, donc 2n + 1 est impair, pour tout entier n.
4. d. **Faux.** Contre-exemple : pour 0,
   $2 \times 0 = 0$
   0 n'est pas plus grand que 0 : un seul contre-exemple suffit.
5. e. Quatre entiers consécutifs s'écrivent n, $n+1$, $n+2$ et $n+3$:
   $n + (n+1) + (n+2) + (n+3) = 4n + 6$
6. On factorise par 2 :
   $4n + 6 = 2(2n + 3)$
   c'est le double d'un nombre entier : la somme est toujours paire. Contrôle pour n = 1 : 4 × 1 + 6 = 10.

Corrige-toi toi-même. Compte tes points exercice par exercice : c'est ainsi qu'on voit où l'on perd, et ce n'est presque jamais là où on le croit.

Ce qui est évalué	Points	Ce qui fait perdre le point
Traduire un énoncé en formule, avec les parenthèses utiles	2 pts	Écrire $3n + 1$ pour « le triple du successeur », ou confondre n^2 et $2n$
Calculer une expression par substitution	2 pts	Lire $3x$ comme un nombre à deux chiffres, ou ne pas respecter les priorités
Développer, factoriser et réduire	2 pts	Ne multiplier que le premier terme de la parenthèse ; regrouper $4x + 2$ en $6x$
Démontrer avec une lettre, réfuter par un contre-exemple	2 pts	Conclure « toujours vrai » après des exemples, ou proposer un contre-exemple qui vérifie l'affirmation
Résoudre $ax = c$ ou $x + b = c$, vérifier et conclure par une phrase	2 pts	Prendre la mauvaise opération inverse, ou donner la valeur sans vérification ni phrase