

COURS

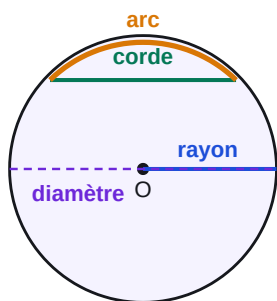
Cercle — Angle inscrit, diamètre et propriétés

5^e

Programme du cycle 4 — BO spécial n°11 du 26 novembre 2015

Le cercle est la figure la plus simple à tracer et la plus riche en propriétés. Une seule d'entre elles suffit à faire apparaître un **angle droit sans équerre** : tout point du cercle voit le diamètre sous un angle de 90°. C'est le résultat le plus utile de l'année.

1 Le vocabulaire, qui n'est pas décoratif



rayon — du centre à un point du cercle
diamètre — corde passant par le centre, = 2 rayons
corde — segment reliant deux points du cercle
arc — portion du cercle entre ces deux points
secteur — part de disque entre deux rayons

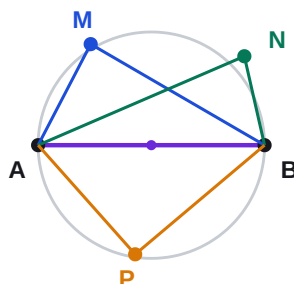
Le diamètre est la plus longue corde possible : toutes les autres sont plus courtes.

DÉFINITION

C'est la **plus courte** de toutes les distances entre ce point et les points de la droite. Elle se mesure toujours **perpendiculairement** : tout autre segment serait l'hypoténuse d'un triangle rectangle, donc plus long.

2 L'angle inscrit dans un demi-cercle

où qu'on place le troisième point sur le cercle, l'angle vaut 90°



[AB] est un diamètre

M, N, P sont sur le cercle

⇒ **les trois angles sont droits**

Une équerre gratuite : trois points suffisent, et l'un d'eux est libre.

PROPRIÉTÉ

Si $[AB]$ est un **diamètre** du cercle et si M est un point du cercle distinct de A et B , alors le triangle AMB est **rectangle en** M . La réciproque est vraie : si AMB est rectangle en M , alors M appartient au cercle de diamètre $[AB]$.

$$\widehat{AMB} = 90$$

La réciproque est aussi utile que la propriété : elle donne le **centre** d'un cercle qui passe par les trois sommets d'un triangle rectangle. Ce centre est le milieu de l'hypoténuse — un résultat qui ressort en 4ème et en 3ème.

3 La médiatrice

DÉFINITION

La médiatrice d'un segment $[AB]$ est la droite **perpendiculaire** à $[AB]$ passant par son **milieu**. Sa propriété caractéristique : un point appartient à la médiatrice **si et seulement si** il est à égale distance de A et de B .

CONSTRUIRE UNE MÉDIATRICE AU COMPAS

- 1 Pointer en A , écarter le compas de plus de la moitié de AB , tracer un arc de part et d'autre.
- 2 Sans changer l'écartement, pointer en B et tracer deux arcs qui coupent les premiers.
le même écartement garantit que les deux points d'intersection sont à égale distance de A et de B .
- 3 Tracer la droite passant par les deux intersections : c'est la médiatrice, et elle est perpendiculaire sans qu'on ait touché l'équerre.

CONSTRUIRE LE CERCLE CIRCONSCRIT À UN TRIANGLE

- 1 Tracer la médiatrice de deux côtés du triangle — deux suffisent.
- 2 Leur point d'intersection est à égale distance des trois sommets : c'est le centre.
il est sur la première médiatrice donc équidistant de deux sommets, et sur la seconde donc équidistant de deux autres — donc des trois.
- 3 Écarter le compas jusqu'à un sommet et tracer. La médiatrice du troisième côté passera par ce centre : c'est le contrôle.

Ce centre porte un nom, le **circumcentre**, et il ne tombe pas toujours à l'intérieur du triangle : il est dedans pour un triangle à trois angles aigus, exactement **sur l'hypoténuse** pour un triangle rectangle — ce qu'on savait déjà —, et à l'extérieur dès qu'un angle dépasse 90° .

À VÉRIFIER

- Ai-je bien distingué rayon, corde et diamètre dans mon énoncé ?
- Le point est-il sur le cercle **de diamètre** le segment considéré ?
- Ai-je nommé la propriété — angle inscrit, ou sa réciproque — avant de conclure ?
- Médiatrice ou médiane ? Perpendiculaire, ou vers le sommet ?

LE PIÈGE QUI COÛTE LE PLUS DE POINTS

Confondre médiatrice et médiane. — la **médiatrice** est perpendiculaire au milieu d'un côté et ne passe pas nécessairement par un sommet. La **médiane** relie un sommet au milieu du côté opposé et n'est presque jamais perpendiculaire.

Le réflexe : médiatrice $\rightarrow$ *perpendiculaire* ; médiane $\rightarrow$ *sommet*. Les deux mots se ressemblent, les deux droites non.

À RETENIR

- | | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none">• Diamètre = 2 rayons, et c'est la plus longue corde possible.• $[AB]$ diamètre et M sur le cercle $\implies$ triangle rectangle en M.• Réciproque : le centre du cercle circonscrit à un triangle rectangle est le milieu de l'hypoténuse. | <ul style="list-style-type: none">• Médiatrice = perpendiculaire au milieu ; médiane = vers le sommet.• Un point est sur la médiatrice si et seulement si il est à égale distance des extrémités.• La distance d'un point à une droite se mesure perpendiculairement. |
|--|---|