

COURS

Fractions — Multiplication, division et calculs avancés

5^e

Programme du cycle 4 — BO spécial n°11 du 26 novembre 2015

Multiplier des fractions est **plus simple** qu'en additionner : pas de dénominateur commun à chercher, on multiplie tout droit. C'est l'inverse de ce qu'on attend, et c'est ce qui rend le chapitre déroutant — la règle facile n'est pas celle qu'on croit.

DÉFINITION

Une écriture fractionnaire $\frac{a}{b}$ est d'abord un **quotient** : le nombre qui, multiplié par b , redonne a . C'est ce que dit la barre de fraction, et rien d'autre. $\frac{3}{4}$ est donc à la fois trois quarts d'un tout, le quotient de 3 par 4, et le nombre décimal 0,75 — trois façons de nommer la même quantité, et l'on choisit celle qui rend le calcul le plus simple.

$$\frac{a}{b} \times b = a$$

1 Multiplier : tout droit

RÈGLE

On multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux. Aucun dénominateur commun n'est nécessaire.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

prendre les deux tiers de trois quarts : l'aire commune est le produit



la zone violette couvre **6 cases sur 12**

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

« de » veut dire « multiplié par » :
c'est là toute l'idée du chapitre

« Les deux tiers de trois quarts » est une multiplication, pas une addition.

SIMPLIFIER AVANT DE MULTIPLIER

- ① Décomposer les nombres en facteurs quand ils sont grands, ou repérer directement un facteur commun entre un numérateur et un dénominateur.
- ② **Barrer les facteurs communs en croix** avant de multiplier.
simplifier après coup oblige à réduire $\frac{294}{462}$; simplifier avant laisse $\frac{7}{11}$ à écrire.
- ③ Multiplier ce qui reste, et vérifier que la fraction obtenue est irréductible.

EXEMPLE

Calculer $\frac{14}{25} \times \frac{15}{21}$.

- ① On repère 7 en facteur de 14 et de 21, puis 5 en facteur de 15 et de 25.
 $\frac{14}{25} \times \frac{15}{21}$
- ② Après simplification, il reste $\frac{2}{5} \times \frac{3}{3}$... plus précisément $\frac{2 \times 3}{5 \times 3}$:
 $\frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{6}{15}$
- ③ On simplifie par 3 :
 $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

$\frac{2}{5}$

2 Diviser : multiplier par l'inverse

RÈGLE

Diviser par une fraction, c'est multiplier par son **inverse** — celle qu'on obtient en échangeant numérateur et dénominateur.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Cela explique un résultat qui surprend : **diviser par une fraction inférieure à 1 augmente le nombre**. $6 \div \frac{1}{2} = 12$, parce qu'on demande combien de demis tiennent dans 6 — et il y en a douze. La division ne « diminue » que lorsqu'on divise par un nombre supérieur à 1.

LE PIÈGE QUI COÛTE LE PLUS DE POINTS

Chercher un dénominateur commun pour multiplier. — le dénominateur commun sert uniquement à **additionner** ou soustraire. En multiplication, il fait perdre du temps et introduit des nombres inutilement grands.

Le réflexe : regarder le signe de l'opération avant tout : + ou – appellent un dénominateur commun, × et ÷ non.

3 Additionner : le dénominateur commun

ADDITIONNER DEUX FRACTIONS

- 1 Chercher un dénominateur commun — le plus petit multiple commun, ou à défaut le produit des deux.
- 2 Multiplier chaque fraction par ce qu'il faut, **numérateur et dénominateur ensemble** : c'est ce qui garantit qu'on ne change pas sa valeur.
- 3 Additionner les numérateurs, garder le dénominateur, puis simplifier.

EXEMPLE

Calculer $\frac{5}{6} + \frac{3}{8}$.

- 1 Le plus petit multiple commun de 6 et 8 est 24, et non 48 :
 $\frac{5}{6} = \frac{20}{24}$

- 2 De même pour la seconde :
 $\frac{3}{8} = \frac{9}{24}$

- 3 On additionne les numérateurs :
 $\frac{20}{24} + \frac{9}{24} = \frac{29}{24}$

$\frac{29}{24}$, irréductible

À VÉRIFIER

- L'opération est-elle + ou × ? Le dénominateur commun ne sert qu'à la première.
- Ai-je simplifié **avant** de multiplier, plutôt qu'après ?
- Pour diviser, ai-je bien inversé la **seconde** fraction ?
- Ma fraction finale est-elle irréductible ?

À RETENIR

- **Multiplier** : tout droit, numérateurs entre eux, dénominateurs entre eux.
- **Diviser** : multiplier par l'inverse de la seconde fraction.
- Le **dénominateur commun** ne sert qu'à additionner ou soustraire.
- Simplifier **avant** de multiplier, jamais après : les nombres restent petits.
- Le mot « **de** » signale une multiplication : deux tiers *de* trois quarts.
- Diviser par un nombre inférieur à 1 **augmente** le résultat.