

## Géométrie — Triangles, angles et droites

Ce qui est noté au contrôle, ce n'est pas le résultat seul : c'est le raisonnement posé, puis le calcul mené jusqu'au bout avec l'unité.

### 1 Calculer le troisième angle

- ① a. On retire les deux angles connus de  $180^\circ$  :  
 $180 - 47 - 68 = 65$
- ② b. L'angle droit occupe  $90^\circ$ , les deux aigus se partagent le reste :  
 $90 - 31 = 59$
- ③ c. Le troisième vaut  $180 - 90 - 45 = 45$  : le triangle est **rectangle isocèle**.
- ④ Le c. montre qu'un calcul peut révéler une nature : deux angles égaux signalent un triangle isocèle.

### 2 Triangles particuliers

- ① a. Les deux angles à la base sont égaux, donc valent  $52^\circ$  chacun :  
 $180 - 52 - 52 = 76$
- ② b. Les trois côtés étant égaux, les trois angles le sont aussi :  
 $180/3 = 60$
- ③ c. **Oui**, si l'angle droit est l'angle au sommet : les deux angles à la base valent alors  $45^\circ$  chacun.
- ④ En revanche, un angle droit **à la base** est impossible : il y en aurait deux, soit  $180^\circ$  à eux seuls.
- ⑤ Le c. se démontre par l'absurde — on suppose, on calcule, on montre que c'est impossible.

### 3 Angles et parallèles

- ① a.  **$73^\circ$**  : sur deux parallèles, les alternes-internes sont égaux.
- ② b.  **$118^\circ$** , pour la même raison appliquée aux correspondants.
- ③ c. **Non**. Si elles l'étaient, les deux alternes-internes seraient égaux. Ils diffèrent de  $7^\circ$ , donc les droites ne sont pas parallèles.
- ④ Le c. utilise la **réciprocque** : c'est elle qui permet de conclure sur le parallélisme à partir des angles.

### 4 Rédiger une démonstration

- ① **Étape 1.**  $ABC$  est isocèle en  $A$ , donc  $\widehat{B} = \widehat{C}$ . La somme des angles vaut  $180^\circ$  :  
 $180 - 36 = 144$
- ② Chacun des deux angles à la base vaut donc :  
 $144/2 = 72$
- ③ **Étape 2.**  $(d)$  est parallèle à  $(AC)$ , et  $(BC)$  est une sécante commune aux deux.
- ④ **Étape 3.** L'angle cherché et  $\widehat{C}$  sont **alternes-internes**. D'après la propriété des angles alternes-internes sur deux parallèles, ils sont égaux.
- ⑤ L'angle entre  $(d)$  et  $(BC)$  mesure donc  **$72^\circ$** . Une démonstration nomme l'hypothèse, la propriété et la conclusion — les trois rapportent des points.

### 5 Construire

- ① **Étape 1.** Tracer le segment  $[DE]$  de 6 cm — c'est le côté dont on connaît la longueur.
- ② **Étape 2.** Au rapporteur, tracer en  $D$  une demi-droite formant un angle de  $40^\circ$  avec  $[DE]$ .
- ③ **Étape 3.** Tracer en  $E$  une demi-droite formant  $65^\circ$ , du même côté. Leur intersection donne  $F$ .
- ④ b. Le troisième angle se calcule sans le mesurer :  
 $180 - 40 - 65 = 75$
- ⑤ Mesurer  $\widehat{F}$  au rapporteur sert alors de **contrôle** : si on ne trouve pas  $75^\circ$ , une construction est fautive.

## 6 Vrai ou faux

- ① a. **Faux.** Deux angles obtus dépassent chacun  $90^\circ$ , donc plus de  $180^\circ$  à eux seuls — il ne resterait rien pour le troisième.
- ② b. **Faux.** Ils ne le sont que si les deux droites coupées sont **parallèles**. C'est l'hypothèse qu'on oublie le plus souvent.
- ③ c. **Vrai.** Isocèle signifie « au moins deux côtés égaux » ; l'équilatéral en a trois, il satisfait donc la définition.
- ④ Le c. rappelle qu'un cas particulier n'est pas une exception : il appartient à la catégorie générale.

## 7 Chercher l'angle manquant, en deux temps

- ① a. Isocèle en  $A$  signifie que les deux angles à la **base** sont égaux :  $\widehat{B} = \widehat{C}$ . La somme des trois angles vaut  $180^\circ$ .
- ② On retire l'angle connu, puis on partage le reste en deux.  
 $180 - 42 = 138$
- ③ On partage ce reste entre les deux angles égaux.  
 $\frac{138}{2} = 69$   
 $\widehat{B} = \widehat{C} = 69^\circ$ .
- ④ b. Dans un triangle rectangle, les deux angles aigus sont complémentaires : leur somme vaut  $90^\circ$ .  
 $90 - 37 = 53$   
 $\widehat{F} = 53^\circ$ .
- ⑤ c. Non : deux angles de  $95^\circ$  totalisent déjà  $190^\circ$ .  
 $95 + 95 = 190$
- ⑥ Or 190 dépasse 180, et il resterait encore un troisième angle à loger. La figure est donc impossible.
- ⑦ Ce raisonnement n'a demandé aucune construction : une somme suffit à écarter une figure. C'est souvent plus rapide et toujours plus sûr qu'un dessin.

**Corrige-toi toi-même.** Compte tes points exercice par exercice : c'est ainsi qu'on voit où l'on perd, et ce n'est presque jamais là où on le croit.

| Ce qui est évalué                                      | Points | Ce qui fait perdre le point                           |
|--------------------------------------------------------|--------|-------------------------------------------------------|
| Utiliser la somme des angles pour trouver le troisième | 2 pts  | Mesurer au rapporteur au lieu de calculer             |
| Exploiter la nature du triangle pour gagner un angle   | 2 pts  | Ignorer que deux angles d'un isocèle sont égaux       |
| Vérifier le parallélisme avant d'égaliser deux angles  | 3 pts  | Lire le parallélisme sur le dessin                    |
| Nommer la propriété utilisée dans une démonstration    | 2 pts  | Donner le bon résultat sans dire d'où il vient        |
| Contrôler une construction en recalculant un angle     | 1 pt   | Rendre une figure fausse qu'un calcul aurait signalée |