

COURS

Géométrie — Triangles, angles et droites

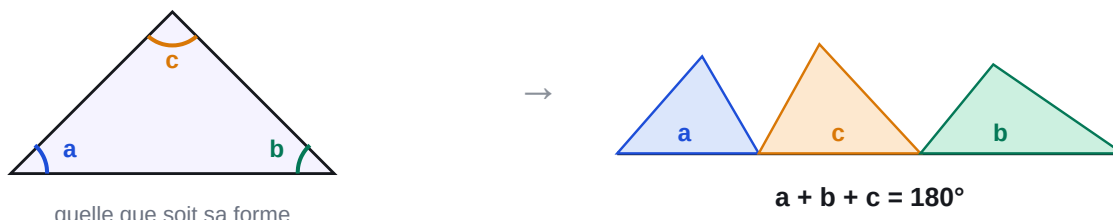
5^e

Programme du cycle 4 — BO spécial n°11 du 26 novembre 2015

Un seul nombre gouverne tout le chapitre : **180°**. La somme des angles d'un triangle ne dépend ni de sa forme, ni de sa taille — c'est ce qui permet de calculer un angle qu'on n'a jamais mesuré, à partir des deux autres.

1 La somme des angles

découpez les trois coins d'un triangle et posez-les côte à côte : ils font une ligne droite



Un angle plat vaut 180° : c'est de là que vient la propriété.

RÈGLE

Dans **tout** triangle, la somme des trois angles vaut 180°. Deux angles connus suffisent donc à trouver le troisième — et il n'existe aucun triangle qui échappe à cette règle.

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180$$

PROPRIÉTÉ

Trois cas particuliers en découlent directement. Dans un triangle **rectangle**, les deux angles aigus sont complémentaires. Dans un triangle **isocèle**, les deux angles à la base sont égaux. Dans un triangle **équilatéral**, les trois angles valent 60°.

$$90 + a + b = 180 \implies a + b = 90$$

EXEMPLE

Un triangle isocèle a un angle au sommet de 44°. Combien mesurent les deux autres ?

① Les deux angles à la base sont égaux. Il reste à partager ce que 44° laisse :
 $180 - 44 = 136$

② On partage en deux parts égales :
 $136/2 = 68$

68° chacun

DÉFINITION

Un triangle n'existe que si **le plus grand côté est plus court que la somme des deux autres**. Sinon les deux petits côtés ne se rejoignent pas. C'est la première chose à vérifier avant toute construction — inutile de sortir le compas si la figure est impossible.

$$AB < AC + CB$$

EXEMPLE

Peut-on construire un triangle de côtés 5 cm, 6 cm et 12 cm ?

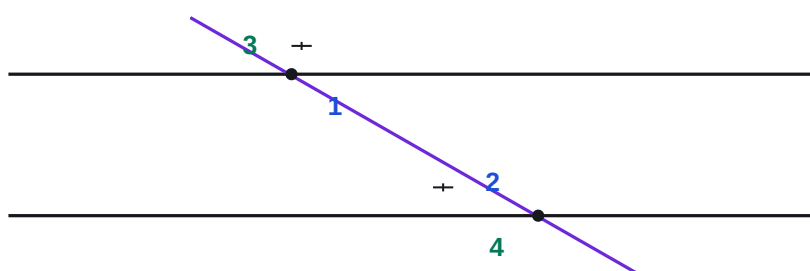
① On compare le plus grand côté à la somme des deux autres :
 $5 + 6 = 11$

② Or 11 est inférieur à 12 : les deux petits côtés, mis bout à bout, n'atteignent pas le troisième.

impossible — le triangle n'existe pas

2 Deux droites coupées par une sécante

ces égalités ne valent que si les deux droites sont parallèles



alternes-internes

$$1 = 2$$

entre les droites, de part et d'autre

correspondants

$$3 = 4$$

même côté, même position

Sans parallèles, aucune de ces égalités n'est vraie.

RÈGLE

Si deux droites **parallèles** sont coupées par une sécante, les angles **alternes-internes** sont égaux, et les angles **correspondants** aussi. La réciproque est vraie : si deux alternes-internes sont égaux, les droites sont parallèles — c'est ainsi qu'on démontre un parallélisme.

LE PIÈGE QUI COÛTE LE PLUS DE POINTS

Appliquer l'égalité des alternes-internes sans vérifier que les droites sont parallèles. — la propriété a le parallélisme pour **hypothèse**. Sur un dessin où les droites semblent parallèles sans que rien ne le dise, l'égalité est fausse — et le raisonnement entier s'effondre.

Le réflexe : chercher le codage sur la figure ou la phrase dans l'énoncé. Si le parallélisme n'est donné nulle part, c'est probablement ce qu'on demande de démontrer.

À VÉRIFIER

- Ai-je vérifié que les trois angles de mon triangle totalisent bien 180° ?
- Le triangle est-il isocèle ? Alors deux angles sont égaux, et cela suffit souvent.
- Les droites sont-elles **données** parallèles, ou dois-je le démontrer ?
- Ai-je cité la propriété utilisée avant de l'appliquer ?

À RETENIR

- Dans **tout** triangle : $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$.
- Triangle **rectangle** : les deux angles aigus sont complémentaires (somme 90°).
- Triangle **isocèle** : les deux angles à la base sont égaux.
- Triangle **équilatéral** : trois angles de 60° .
- Alternes-internes et correspondants égaux **si et seulement si** les droites sont parallèles.
- Une démonstration cite l'hypothèse, la propriété, puis la conclusion.