

COURS

Nombres relatifs — Addition, soustraction, multiplication

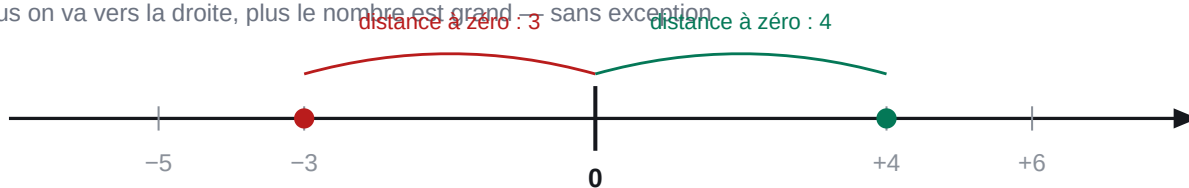
5^e

Programme du cycle 4 — BO spécial n°11 du 26 novembre 2015

Jusqu'ici, soustraire un grand nombre d'un petit était impossible. Les relatifs lèvent cet interdit — et avec eux arrive une règle des signes qui déroute d'abord, puis devient automatique. **Un seul principe la résume : deux signes identiques donnent un plus, deux signes différents donnent un moins.**

1 Se repérer sur l'axe

plus on va vers la droite, plus le nombre est grand — sans exception



$$-5 < -3 < 0 < +4 < +6$$

attention : -5 est plus PETIT que -3, même si 5 est plus grand que 3

L'ordre se lit sur l'axe, jamais sur la distance à zéro.

DÉFINITION

C'est le nombre **sans son signe** — on l'appelle aussi la **valeur absolue**, et on la note $|-7| = 7$. La valeur absolue de -7 et celle de $+7$ valent 7 dans les deux cas. Elle sert à comparer des écarts, jamais à comparer les nombres eux-mêmes : deux nombres opposés ont la même valeur absolue et ne sont pas égaux.

LE PIÈGE QUI COÛTE LE PLUS DE POINTS

Écrire $-5 > -3$ parce que 5 est plus grand que 3. — les nombres négatifs se rangent à l'envers des positifs : plus la distance à zéro grandit, plus le nombre est petit. Une dette de 5 € est pire qu'une dette de 3 €.

Le réflexe : penser en températures. -5°C est plus froid que -3°C , donc plus petit. Personne ne s'y trompe avec un thermomètre.

2 Additionner et soustraire

RÈGLE

Mêmes signes : on ajoute les distances à zéro et on garde le signe commun. **Signes différents :** on soustrait la plus petite distance de la plus grande, et on garde le signe du plus éloigné de zéro.

$$(-3) + (-4) = -7 \quad (-9) + (+4) = -5$$

RÈGLE

Soustraire, c'est ajouter l'opposé. C'est la seule règle à retenir : elle transforme toute soustraction en addition, et il n'y a plus qu'un cas à traiter au lieu de deux.

$$a - b = a + (-b)$$

EXEMPLE

Calculer $(-6) - (-9)$.

① On transforme la soustraction en addition de l'opposé. L'opposé de -9 est $+9$:

$$(-6) + 9$$

② Signes différents : on soustrait les distances à zéro, $9 - 6$, et on garde le signe du plus éloigné, ici le $+$:

$$9 - 6 = 3$$

+3

3 Multiplier et diviser

une seule règle, valable pour la multiplication comme pour la division

$$(+)\times(+)=(+)$$

$$(-)\times(-)=(+)$$

signes identiques → positif

$$(+)\times(-)=(-)$$

$$(-)\times(+)=(-)$$

signes différents → négatif

avec plusieurs facteurs : on compte les signes « - »
nombre **pair** de « - » → positif · nombre **impair** → négatif

Compter les signes moins est plus sûr que de les traiter deux par deux.

UN PRODUIT DE PLUSIEURS RELATIFS

- 1 **Compter les signes moins.** Nombre pair : le résultat est positif. Nombre impair : il est négatif.
- 2 **Multiplier les distances à zéro**, sans se soucier des signes.
séparer le signe du calcul évite de le perdre en route, ce qui est l'erreur la plus fréquente.
- 3 Poser le signe trouvé à l'étape 1 devant le résultat de l'étape 2.

LE PIÈGE QUI COÛTE LE PLUS DE POINTS

Confondre -2^2 et $(-2)^2$. — sans parenthèses, la puissance porte sur le 2 seul et le signe reste devant : $-2^2 = -4$. Avec parenthèses, c'est -2 tout entier qui est élevé au carré : $(-2)^2 = +4$.

Le réflexe : regarder ce que la parenthèse enferme avant de calculer. Cette distinction se retrouvera à l'identique en 4ème et en 3ème.

4 La simplification d'expressions

RÈGLE

Deux signes qui se suivent se réduisent en un seul, selon la même règle que pour la multiplication : deux signes identiques donnent un plus, deux signes différents donnent un moins.

$$a + (-b) = a - b \quad a - (-b) = a + b$$

EXEMPLE

Simplifier puis calculer $7 + (-3) - (-5) - (+2)$.

- 1 On réduit chaque couple de signes :
 $7 - 3 + 5 - 2$
- 2 Puis on calcule de gauche à droite :
 $7 - 3 + 5 - 2 = 7$

7

Les relatifs ne sont pas une abstraction : ils décrivent tout ce qui se compte de part et d'autre d'un zéro conventionnel. Une **altitude** au-dessus ou au-dessous du niveau de la mer, une **température** au-dessus ou au-dessous de zéro, un solde bancaire, un étage de parking. Sur un **axe gradué**, ce zéro n'est qu'une origine choisie.

À VÉRIFIER

- Sur l'axe, le nombre le plus à droite est le plus grand — même s'il est négatif.
- Ai-je transformé la soustraction en addition de l'opposé ?
- Ai-je compté les signes moins avant de multiplier les distances ?
- La parenthèse enferme-t-elle le signe, ou seulement le nombre ?

À RETENIR

- Sur l'axe, **le plus à droite est le plus grand** — $-9 < -3$.
- La **distance à zéro** est le nombre sans son signe : elle ne sert pas à comparer.
- **Soustraire, c'est ajouter l'opposé** — la seule règle à retenir.
- Signes **identiques** → produit positif ; signes **différents** → produit négatif.
- Plusieurs facteurs : compter les moins. Pair → positif, impair → négatif.
- $-2^2 = -4$ mais $(-2)^2 = +4$: regarder ce que la parenthèse enferme.