CORRIGÉ

5e

Corrigé détaillé
8 exercices

Parallélogrammes — Propriétés, cas particuliers et aire

> Ce qui est noté au contrôle, ce n'est pas le résultat seul : c'est le raisonnement posé, puis le calcul mené jusqu'au bout avec l'unité.

1 Lire le codage

1. a. Le codage dit que O est le milieu de $[EG]$ et de $[FH]$: les diagonales ont le même milieu, donc $EFGH$ est un parallélogramme. Elles sont aussi perpendiculaires : $EFGH$ **est un losange**. Rien ne dit que $EG = FH$: on ne peut pas conclure « carré ».
2. b. Les quatre demi-diagonales portent le même signe : P est le milieu de $[IK]$ et de $[JL]$, donc $IJKL$ est un parallélogramme, et ses diagonales ont la même longueur : $IJKL$ **est un rectangle**.
3. c. Les diagonales d'un rectangle ont la même longueur, donc $JL = IK = 5$ cm, et P en est le milieu :
   $PI = 5 \div 2 = 2{,}5$
   PI = 2,5 cm
4. d. Quatre côtés de même longueur : c'est un losange, donc un parallélogramme. Un parallélogramme qui a un angle droit est un rectangle.
5. À la fois rectangle et losange : **c'est un carré**.

2 Calculer l'aire d'un parallélogramme

1. a. La hauteur $[DH]$ est perpendiculaire à la base $[AB]$:
   $8 \times 5 = 40$
   l'aire de ABCD est 40 cm²
2. b. Tom a multiplié la base par le côté $[AD]$, qui n'est pas perpendiculaire à (AB) : 6 cm n'est pas une hauteur. Son résultat est 8 cm² trop grand.
   $48 - 40 = 8$
3. c. L'aire ne change pas quand on change de base : $6 \times h = 40$.
   $h = 40 \div 6 \approx 6{,}7$
4. Vérification : $6 \times 6{,}7 = 40{,}2$, très proche de 40. La hauteur associée à $[AD]$ mesure environ **6,7 cm**.

3 Construire avec une propriété caractéristique

1. a. On construit le triangle ABD : $[AB]$ de 6 cm, puis un arc de centre A et de rayon 4 cm et un arc de centre B et de rayon 5 cm, qui se coupent en D.
2. On place C : arc de centre B et de rayon $AD = 4$ cm, arc de centre D et de rayon $AB = 6$ cm, en gardant l'intersection située de l'autre côté de (BD) par rapport à A.
3. Justification : $ABCD$ est non croisé et ses côtés opposés ont la même longueur deux à deux, donc c'est un parallélogramme.
4. b. On trace $[EG]$ de 6 cm et son milieu O, puis la perpendiculaire à (EG) en O ; on place F et H sur elle, de part et d'autre de O, à 2 cm de O.
   $4 \div 2 = 2$
5. Justification : les diagonales ont le même milieu O, donc $EFGH$ est un parallélogramme ; elles sont perpendiculaires, donc c'est un losange.

4 Démontrer la nature d'un quadrilatère

1. a. **On sait que** M est le milieu de $[ST]$ et de $[RU]$, les diagonales de $RSUT$. **Or** si les diagonales d'un quadrilatère ont le même milieu, alors c'est un parallélogramme. **Donc** $RSUT$ est un parallélogramme.
2. b. **On sait que** $RSUT$ est un parallélogramme (question a.) et que $RS = RT$, car RST est isocèle en R ; de plus, $[RS]$ et $[RT]$ sont deux côtés consécutifs de $RSUT$.
3. **Or** un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de même longueur est un losange. **Donc** $RSUT$ est un losange.
4. c. Les quatre côtés d'un losange ont la même longueur :
   $4 \times 4{,}5 = 18$
   le périmètre est 18 cm
5. d. Il faudrait en plus un angle droit, par exemple $\widehat{SRT} = 90^\circ$ (RST rectangle et isocèle en R), ou des diagonales de même longueur, $RU = ST$. Le losange serait alors aussi un rectangle, donc un carré.

---

5 Reconnaître dans une figure complexe

1. a. $ABCD$ est un quadrilatère dont les côtés opposés $[AB]$ et $[DC]$ sont parallèles : c'est un trapèze.
2. b. **On sait que** $AE = DC$ et $AD = EC$ (codage), et $AECD$ n'est pas croisé. **Or** un quadrilatère non croisé dont les côtés opposés ont la même longueur deux à deux est un parallélogramme. **Donc** $AECD$ est un parallélogramme.
3. c. Pentagone : $ABCGD$, de côtés $[AB]$, $[BC]$, $[CG]$, $[GD]$, $[DA]$ ($AFBCD$ convient aussi). Hexagone : $AFBCGD$, de côtés $[AF]$, $[FB]$, $[BC]$, $[CG]$, $[GD]$, $[DA]$.
4. E n'est un sommet ni de l'un ni de l'autre : il est sur le côté $[AB]$, aligné avec A et B.

---

6 Vrai ou faux ? Justifie.

1. a. **Faux.** Un cerf-volant a des diagonales perpendiculaires sans être un parallélogramme. Il faut d'abord un parallélogramme.
2. b. **Vrai.** Un carré est un parallélogramme qui a un angle droit : c'est la définition du rectangle.
3. c. **Vrai.** C'est la définition du losange.
4. d. **Faux.** Un trapèze isocèle a des diagonales de même longueur sans être un parallélogramme.
5. e. **Vrai.** L'aire vaut $b \times h$: elle ne dépend que de la base et de la hauteur, pas de l'inclinaison.
6. f. **Faux.** Deux rangs séparent le m² du cm² : on multiplie deux fois par 100.
   $100 \times 100 = 10\,000$
   1 m² = 10 000 cm²

---

7 Carreler une terrasse

1. a. Le rectangle mesure $5 \times 4 = 20$ m², le triangle rectangle, de base 2 m et de hauteur 4 m :
   $2 \times 4 \div 2 = 4$
   4 m²
2. Aire de la terrasse :
   $20 + 4 = 24$
   la terrasse mesure 24 m²
3. b. Une dalle mesure $40 \times 40 = 1\,600$ cm². On met la terrasse dans la même unité, avec 1 m² = 10 000 cm² :
   $24 \times 10\,000 = 240\,000$
   240 000 cm²
4. Nombre de dalles :
   $240\,000 \div 1\,600 = 150$
   il faut 150 dalles
5. Vérification en mètres : une dalle mesure $0{,}4 \times 0{,}4 = 0{,}16$ m², et $24 \div 0{,}16 = 150$. **Il faut 150 dalles.**

---

8 Le champ sur le plan

1. a. À l'échelle 1/2 000, 1 cm sur le plan représente 2 000 cm, soit 20 m. Base réelle : $7{,}5 \times 20 = 150$ m.
   $2\,000 \div 100 = 20$
2. Hauteur réelle :
   $4 \times 20 = 80$
   80 m
3. b. Aire réelle :
   $150 \times 80 = 12\,000$
   12 000 m²
4. En hectares :
   $12\,000 \div 10\,000 = 1{,}2$
   le champ mesure 1,2 ha
5. c. Inès a multiplié l'aire par 2 000 une seule fois. Or la base **et** la hauteur sont multipliées par 2 000 : l'aire l'est par $2\,000 \times 2\,000 = 4\,000\,000$.
   $30 \times 4\,000\,000 = 120\,000\,000$
   120 000 000 cm²
6. Converti en m², on retrouve le résultat du b. — 12 000 m², pas 6 m².
   $120\,000\,000 \div 10\,000 = 12\,000$

Corrige-toi toi-même. Compte tes points exercice par exercice : c'est ainsi qu'on voit où l'on perd, et ce n'est presque jamais là où on le croit.

Ce qui est évalué	Points	Ce qui fait perdre le point
Rédiger « on sait que… or… donc » avec des données de l'énoncé ou du codage	2 pts	Conclure sur l'allure du dessin ou une mesure ; utiliser la conclusion comme donnée
Citer la propriété caractéristique adaptée (réciproque, et non propriété directe)	2 pts	Conclure « losange » ou « rectangle » sans avoir d'abord démontré « parallélogramme »
Construire une figure exacte, non croisée, avec traits de construction et codage	2 pts	Prendre le mauvais point d'intersection des arcs ; effacer les traits de construction
Calculer une aire avec la hauteur associée à la base, ou par découpage	2 pts	Multiplier la base par le côté oblique ; mélanger des unités différentes
Convertir des aires (×100 par rang) et conclure par une phrase avec l'unité	2 pts	Convertir une aire avec un facteur 10 ; multiplier une aire par l'échelle une seule fois