CORRIGÉ

5e

Corrigé détaillé
8 exercices

Carrés et cubes — Puissances d'un nombre

> Ce qui est noté au contrôle, ce n'est pas le résultat seul : c'est le raisonnement posé, puis le calcul mené jusqu'au bout avec l'unité.

1 Carrés et cubes de tête

1. a., b. et c. sont des carrés à connaître par cœur : $8^2 = 64$; $11^2 = 121$; $12^2 = 144$.
2. d. Trois facteurs égaux à 3 :
   $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 9 \times 3 = 27$
3. e. Le cube de 10, à connaître :
   $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$
4. f. Deux chiffres après la virgule, un par facteur :
   $0{,}3^2 = 0{,}3 \times 0{,}3 = 0{,}09$
5. Au f., 0,09 est plus petit que 0,3 : c'est attendu pour le carré d'un nombre compris entre 0 et 1.

2 D'une écriture à l'autre

1. a. Deux facteurs égaux à 6, puis trois égaux à 9 : $6 \times 6 = 6^2$ et $9 \times 9 \times 9 = 9^3$. b. $7^3 = 7 \times 7 \times 7$, qui se lit « 7 au cube » ou « 7 puissance 3 ».
2. c. « Le carré de 2,5 » s'écrit $2{,}5^2$; « le cube de 10 » s'écrit 10^3.
3. d. L'aire du carré :
   $12^2 = 12 \times 12 = 144$
   l'aire vaut 144 cm²
4. Le volume du cube :
   $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 16 \times 4 = 64$
   le volume vaut 64 cm³
5. L'unité suit l'exposant : une aire s'exprime en cm², un volume en cm³.

3 Écrire sous la forme a^2 ou a^3, quand c'est possible

1. a. et b. sont dans la liste des carrés ; on vérifie en recalculant le produit.
   $9^2 = 9 \times 9 = 81$
   et $10^2 = 10 \times 10 = 100$
2. c. 8 n'est pas un carré parfait ; on essaie les cubes :
   $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$
3. d.
   $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 25 \times 5 = 125$
4. e. On reconnaît $144 = 12^2$, avec deux chiffres après la virgule : on essaie 1,2.
   $1{,}2^2 = 1{,}2 \times 1{,}2 = 1{,}44$
5. f. 40 est entre deux carrés voisins :
   $6^2 = 36 < 40 < 49 = 7^2$
   et entre deux cubes voisins, $3^3 = 27$ et $4^3 = 64$
6. **Réponse :** $81 = 9^2$; $100 = 10^2$; $8 = 2^3$; $125 = 5^3$; $1{,}44 = 1{,}2^2$; 40 n'est ni le carré ni le cube d'un entier.

4 Les priorités

1. a. La puissance avant la somme :
$3 + 4^2 = 3 + 16 = 19$
2. b. La puissance avant le produit :
$2 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50$
3. c. La parenthèse d'abord :
$(2 \times 5)^2 = 10^2 = 100$
4. d. Les deux puissances, puis le produit, puis la différence :
$10^3 - 3 \times 7^2 = 1\,000 - 3 \times 49 = 1\,000 - 147 = 853$
5. e. La parenthèse, les puissances, le produit, puis la somme :
$(9 - 6)^3 + 2 \times 3^2 = 3^3 + 2 \times 9 = 27 + 18 = 45$
6. b. et c. emploient les mêmes nombres et donnent 50 et 100 : seule la parenthèse a changé.

5 Vrai ou faux ? Justifie chaque réponse par un calcul.

1. a. **Faux.** On a multiplié par l'exposant :
$4^2 = 4 \times 4 = 16$
2. b. **Faux.** La puissance passe avant le produit ; 36 est la valeur de $(2 \times 3)^2$.
$2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$
3. c. **Faux.** On calcule chaque membre séparément :
$(1 + 2)^2 = 9 \neq 5 = 1^2 + 2^2$
4. d. **Vrai.** 1 dm = 10 cm, donc un cube de 1 dm d'arête contient $10 \times 10 \times 10$ cubes de 1 cm³ :
$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$
5. e. **Faux.** Un chiffre après la virgule par facteur, donc deux en tout :
$0{,}2^2 = 0{,}2 \times 0{,}2 = 0{,}04$
6. Seule l'affirmation d. est vraie. Les autres reprennent les erreurs de la fiche : multiplier par l'exposant, faire le produit avant la puissance, élever une somme au carré terme à terme, mal placer la virgule.

6 L'aquarium cubique

1. a. Le fond est un carré de 30 cm de côté :
$30^2 = 30 \times 30 = 900$
l'aire du fond vaut 900 cm²
2. b. Le volume d'un cube d'arête c est c^3 :
$30^3 = 30 \times 30 \times 30 = 900 \times 30 = 27\,000$
le volume vaut 27 000 cm³
3. c. 1 L = 1 000 cm³ : on cherche combien de fois 1 000 cm³ il y a dans 27 000 cm³.
$27\,000 \div 1\,000 = 27$
4. Contrôle par une autre voie : 30 cm = 3 dm, et un cube de 3 dm d'arête a pour volume
$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$
27 dm³, soit 27 L : les deux calculs concordent
5. **Réponse rédigée :** il faut 27 L d'eau pour remplir entièrement l'aquarium.

7 Une expression, deux lectures

1. a. Pour $x = 2$, on rétablit le signe × : $A = 4 \times x^2 + 1$.
   $A = 4 \times 2^2 + 1 = 4 \times 4 + 1 = 17$
2. Dans B, la parenthèse d'abord :
   $B = (4 \times 2)^2 + 1 = 8^2 + 1 = 65$
3. b. Pour $x = 0{,}5$:
   $A = 4 \times 0{,}5^2 + 1 = 4 \times 0{,}25 + 1 = 2$
4. et
   $B = (4 \times 0{,}5)^2 + 1 = 2^2 + 1 = 5$
5. c. On calcule les deux membres séparément. Pour $x = 2$:
   $2^3 = 8 = 4 \times 2$
   les deux membres valent 8 : l'égalité est vraie pour x = 2
6. Pour $x = 3$:
   $3^3 = 27 \neq 12 = 4 \times 3$
   l'égalité est fausse pour x = 3
7. A et B ne diffèrent que par une parenthèse, et pourtant B vaut nettement plus que A : dans B, le 4 est lui aussi élevé au carré.

---

8 Carré et cube à la fois

1. a. De proche en proche : $1^3 = 1$; $2^3 = 8$; $3^3 = 27$; $4^3 = 64$; et pour finir
   $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$
2. b. Entre 2 et 100, les seuls cubes d'entiers sont 8, 27 et 64 : $1^3 = 1$ est trop petit, et $5^3 = 125$ dépasse déjà 100.
3. 8 et 27 ne sont pas des carrés parfaits : chacun tombe entre deux carrés voisins.
   $2^2 = 4 < 8 < 9 = 3^2$
   et $5^2 = 25 < 27 < 36 = 6^2$
4. 64, lui, est à la fois un carré et un cube :
   $8^2 = 8 \times 8 = 64 = 4 \times 4 \times 4 = 4^3$
5. **Réponse :** le seul nombre cherché est 64, qui s'écrit 8^2 et aussi 4^3.
6. c. Le carré de 27 :
   $27^2 = 27 \times 27 = 729$
7. Le cube de 9 : on calcule d'abord $9 \times 9 = 81$.
   $9^3 = 9 \times 9 \times 9 = 81 \times 9 = 729$
   729 s'écrit donc 27^2 et aussi 9^3

Corrige-toi toi-même. Compte tes points exercice par exercice : c'est ainsi qu'on voit où l'on perd, et ce n'est presque jamais là où on le croit.

Ce qui est évalué	Points	Ce qui fait perdre le point
Calculer un carré ou un cube en écrivant le produit	1 pt	Multiplier par l'exposant : $5^2 = 10$, $2^3 = 6$
Écrire un nombre comme un carré ou un cube, et le vérifier	1 pt	Diviser par l'exposant ($36 = 18^2$), ou ne pas recalculer le produit
Calculer la puissance avant le produit, la parenthèse avant la puissance	2 pts	Calculer 2×4^2 comme 8^2, ou $(3 + 4)^2$ comme $3^2 + 4^2$
Remplacer la lettre après avoir rétabli le signe ×	2 pts	Élever $3x$ au carré au lieu de x seul
Donner une aire en cm², un volume en cm³, et conclure par une phrase	1 pt	Une unité de longueur pour une aire, ou un nombre sans phrase