COURS

Carrés et cubes — Puissances d'un nombre

5e

Programme de mathématiques du cycle 4 — arrêté du 18 février 2026, BO n° 10 du 5 mars 2026

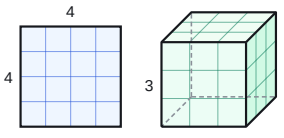
Un carré de 5 cm de côté a pour aire $5 \times 5 = 25$ cm² ; un cube de 5 cm d'arête a pour volume $5 \times 5 \times 5 = 125$ cm³. Ces produits d'un nombre par lui-même reviennent si souvent qu'on leur donne une écriture courte, 5^2 et 5^3. **Le petit nombre écrit en haut compte les facteurs : $a^2 = a \times a$ et $a^3 = a \times a \times a$ — on ne multiplie jamais par l'exposant.**

1 Carré et cube d'un nombre, aire et volume

DÉFINITION

Le **carré** d'un nombre a est le produit de deux facteurs égaux à a ; on le note a^2 et on lit « a au carré ». Le **cube** de a est le produit de trois facteurs égaux à a ; on le note a^3 et on lit « a au cube ». Le petit nombre 2 ou 3 est l'**exposant** : a^2 et a^3 sont des **puissances** de a.

$$a^2 = a \times a \qquad a^3 = a \times a \times a$$



$4^2 = 16$ — 16 carreaux

$3^3 = 27$ — 27 petits cubes

Le carré de 4 compte des carreaux sur une surface ; le cube de 3 compte des petits cubes dans un volume.

CALCULER UN CARRÉ OU UN CUBE

1. **Écrire le produit en entier** : a^2 devient $a \times a$, et a^3 devient $a \times a \times a$.
   c'est cette ligne qui empêche de multiplier par l'exposant.
2. **Multiplier de proche en proche.** Pour un cube, on calcule d'abord $a \times a$, puis on multiplie ce résultat par a.
3. **Contrôler l'ordre de grandeur** : le carré d'un nombre plus grand que 1 est plus grand que lui ; le carré d'un nombre compris entre 0 et 1 est plus petit que lui.

EXEMPLE

Calculer 7^2, 4^3 et $1{,}5^2$.

1. Le carré de 7 : deux facteurs égaux à 7.
   $7^2 = 7 \times 7 = 49$
2. Le cube de 4 : d'abord 4×4, puis le résultat multiplié par 4.
   $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 16 \times 4 = 64$
3. Un décimal se traite de même : $15 \times 15 = 225$, et le produit a deux chiffres après la virgule, un par facteur.
   $1{,}5^2 = 1{,}5 \times 1{,}5 = 2{,}25$

$7^2 = 49$, $4^3 = 64$ **et** $1{,}5^2 = 2{,}25$

PIÈGE

Écrire $5^2 = 10$ ou $2^3 = 6$. — on a multiplié par l'exposant au lieu de répéter le facteur. Avec 2^2, l'erreur passe inaperçue, car 2×2 vaut 4 dans les deux lectures ; elle éclate dès que la base change : $5^2 = 5 \times 5 = 25$.

Ce que ça coûte : Le résultat, et tout ce qui en dépend : une aire de 10 cm² au lieu de 25 cm².

Le réflexe : écrire le produit en entier avant de calculer : $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$.

PIÈGE

Écrire $0{,}3^2 = 0{,}9$. — le produit $0{,}3 \times 0{,}3$ a deux chiffres après la virgule, un par facteur : $0{,}3^2 = 0{,}09$.

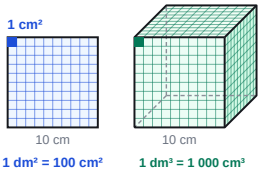
Ce que ça coûte : Le résultat, faux d'un facteur 10.

Le réflexe : contrôler l'ordre de grandeur : le carré de 0,3 doit être plus petit que 0,3, et 0,9 ne l'est pas.

RÈGLE

Un carré de côté c a pour aire c^2, un cube d'arête c a pour volume c^3. D'où les unités : **1 cm²** est l'aire d'un carré de 1 cm de côté, **1 cm³** le volume d'un cube de 1 cm d'arête. Comme 1 dm = 10 cm :

$$1\ \text{dm}^2 = 10^2\ \text{cm}^2 = 100\ \text{cm}^2 \qquad 1\ \text{dm}^3 = 10^3\ \text{cm}^3 = 1\,000\ \text{cm}^3 = 1\ \text{L}$$



Le carré de 1 dm de côté contient 10^2 carrés de 1 cm² ; le cube de 1 dm d'arête contient 10^3 cubes de 1 cm³.

EXEMPLE

Une boîte a la forme d'un cube de 2 dm d'arête. Quel est son volume en dm³, en litres, puis en cm³ ?

1. Le volume d'un cube d'arête c est c^3, avec ici $c = 2$.
   $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$
   8 dm³, soit 8 L puisque 1 dm³ = 1 L
2. Comme 1 dm³ = 1 000 cm³ :
   $8 \times 1\,000 = 8\,000$
   contrôle : 2 dm = 20 cm, et 20 × 20 × 20 = 8 000

la boîte a un volume de 8 dm³, soit 8 L ou 8 000 cm³

PIÈGE

Écrire 1 dm² = 10 cm² ou 1 dm³ = 100 cm³. — on a converti la longueur (1 dm = 10 cm) en oubliant qu'une aire a deux dimensions et un volume trois : le carré de 1 dm contient 10 rangées de 10 carreaux, le cube 10 couches de 100 petits cubes.

Ce que ça coûte : La conversion, et le résultat du problème, faux d'un facteur 10.

Le réflexe : lire l'exposant de l'unité : entre dm² et cm², le facteur est 10^2 ; entre dm³ et cm³, il est 10^3.

2 Carrés à connaître, cube de 10, écrire un nombre en puissance

RÈGLE

À connaître par cœur : les carrés des entiers de 0 à 12, de $0^2 = 0$ à $12^2 = 144$, et le cube de 10. On les retrouve sur la diagonale de la table de multiplication, là où un nombre est multiplié par lui-même. Un entier qui est le carré d'un entier s'appelle un **carré parfait**.

$$10^2 = 10 \times 10 = 100 \qquad 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
n²	**0**	**1**	**4**	**9**	**16**	**25**	**36**	**49**	**64**	**81**	**100**	**121**	**144**
		+1	+3	+5	+7	+9	+11	+13	+15	+17	+19	+21	+23

Les treize carrés à savoir. Un carré oublié se retrouve depuis son voisin : l'écart est la somme des deux nombres, donc $8^2 = 49 + 7 + 8 = 64$.

RECONNAÎTRE UN CARRÉ OU UN CUBE

1. **Pour un carré**, chercher le nombre dans la liste des carrés de 0 à 12 : $81 = 9^2$, car $9 \times 9 = 81$.
2. **Pour un cube**, calculer les cubes de 1, 2, 3… jusqu'à atteindre ou dépasser le nombre : $1^3 = 1$, $2^3 = 8$, $3^3 = 27$, $4^3 = 64$, $5^3 = 125$.
3. **Vérifier en recalculant le produit** : c'est la seule preuve que l'écriture est juste.
   un nombre peut être un carré, un cube, les deux à la fois, ou ni l'un ni l'autre.

EXEMPLE

Écrire, quand c'est possible, chaque nombre comme le carré ou le cube d'un nombre : 125 ; 0,49 ; 50.

1. 125 n'est pas dans la liste des carrés. On essaie les cubes : $4^3 = 64$ est trop petit, on passe à 5.
   $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 25 \times 5 = 125$
2. Pour 0,49, on reconnaît $49 = 7^2$; le nombre a deux chiffres après la virgule, on essaie donc 0,7.
   $0{,}7^2 = 0{,}7 \times 0{,}7 = 0{,}49$
3. 50 est coincé entre deux carrés voisins, et aussi entre deux cubes voisins, $3^3 = 27$ et $4^3 = 64$.
   $7^2 = 49 < 50 < 64 = 8^2$

$125 = 5^3$ **et** $0{,}49 = 0{,}7^2$ **; 50 n'est ni le carré ni le cube d'un entier**

PIÈGE

Écrire $36 = 18^2$ ou $27 = 9^3$. — on a divisé par l'exposant : c'est la confusion $6^2 = 12$, prise à l'envers.

Ce que ça coûte : La question entière : une écriture fausse ne rapporte rien, même avec la bonne idée.

Le réflexe : recalculer le produit. $18 \times 18 = 324$, pas 36 : la bonne écriture est $36 = 6^2$, et de même $27 = 3^3$.

3 Calculer une expression avec des puissances

RÈGLE

Priorités : on calcule d'abord ce qui est entre parenthèses, puis les **puissances**, puis les produits, et enfin les sommes et les différences, de gauche à droite. Un exposant ne porte que sur le nombre, ou la parenthèse, écrit juste avant lui.

$$2 \times 4^2 = 2 \times 16 = 32$$

$2 \times 4^2 + 5$	$(2 \times 4)^2 + 5$
la puissance d'abord : 2 × 16 + 5	la parenthèse d'abord : 8² + 5
puis le produit : 32 + 5	puis la puissance : 64 + 5
puis la somme : 37	**puis la somme : 69**
le carré porte sur le 4 seul	le carré porte sur toute la parenthèse

Mêmes nombres, mêmes opérations : la parenthèse change ce que le carré élève, donc le résultat.

CALCULER UNE EXPRESSION AVEC DES PUISSANCES

1. **Calculer les parenthèses** en premier.
2. **Calculer chaque puissance**, sur le seul nombre qui la porte, en recopiant le reste sans y toucher.
3. **Effectuer les produits**, puis les sommes et les différences de gauche à droite — une ligne par étape.

EXEMPLE

Calculer $A = 5 + 3 \times 2^3 - 4^2$.

1. Pas de parenthèses : on calcule d'abord les deux puissances, $2^3 = 8$ et $4^2 = 16$.
   $A = 5 + 3 \times 2^3 - 4^2 = 5 + 3 \times 8 - 16$
2. Puis le produit.
   $A = 5 + 3 \times 8 - 16 = 5 + 24 - 16$
3. Enfin la somme et la différence, de gauche à droite.
   $A = 5 + 24 - 16 = 29 - 16 = 13$

$A = 13$

PIÈGE

Calculer 2×4^2 comme $8^2 = 64$. — on a effectué le produit avant la puissance. Le carré ne porte que sur le 4 : $2 \times 4^2 = 2 \times 16 = 32$.

Ce que ça coûte : Le résultat, et chaque ligne qui suit : 64 au lieu de 32.

Le réflexe : souligner chaque puissance avec le seul nombre qu'elle élève, et la calculer avant tout produit.

PIÈGE

Écrire $(3+4)^2 = 3^2 + 4^2$. — le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés : $(3+4)^2 = 7^2 = 49$, alors que $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$.

Ce que ça coûte : Le calcul entier, et l'aire fausse si l'expression en mesure une.

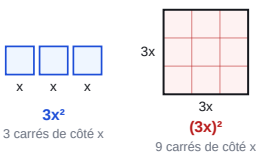
Le réflexe : calculer d'abord la parenthèse, puis élever le résultat au carré.

4 Une expression littérale avec une puissance

RÈGLE

Dans une expression littérale, x^2 signifie $x \times x$ et x^3 signifie $x \times x \times x$. Le signe × sous-entendu ne change pas les priorités : dans $3x^2$, le carré porte sur x seul ; dans $(3x)^2$, il porte sur toute la parenthèse. De même, dans l'aire du disque $\pi \times r^2$, le carré porte sur le rayon seul.

$$3x^2 = 3 \times x \times x \qquad (3x)^2 = 3x \times 3x$$



pour x = 2 : 3x² = 12 et (3x)² = 36

$3x^2$: trois carrés de côté x. $(3x)^2$: un seul carré de côté $3x$, qui en contient neuf.

CALCULER UNE EXPRESSION LITTÉRALE POUR UNE VALEUR DONNÉE

1. **Rétablir les signes ×** sous-entendus : $3x^2$ s'écrit $3 \times x^2$.
2. **Remplacer la lettre** par sa valeur, partout où elle apparaît.
3. **Appliquer les priorités** : parenthèses, puissance, produit, puis somme ou différence.

EXEMPLE

Calculer $E = 2x^2 + 5$ pour $x = 3$, puis pour $x = 1{,}5$.

1. On rétablit le signe ×, puis on remplace x par 3.
   $E = 2 \times 3^2 + 5 = 2 \times 9 + 5 = 23$
2. Pour $x = 1{,}5$, le même calcul, avec $1{,}5^2 = 2{,}25$.
   $E = 2 \times 1{,}5^2 + 5 = 2 \times 2{,}25 + 5 = 9{,}5$

pour $x = 3$, $E = 23$; pour $x = 1{,}5$, $E = 9{,}5$

Tester une égalité pour une valeur de x, c'est calculer chaque membre séparément, puis comparer. Pour $x = 2$, $x^2 + 6$ et $5x$ valent tous deux 10 : l'égalité $x^2 + 6 = 5x$ est vraie. Pour $x = 4$, on trouve 22 et 20 : elle est fausse.

PIÈGE

Pour $x = 4$, calculer $3x^2$ comme $(3 \times 4)^2 = 144$. — le carré ne porte que sur x : $3x^2 = 3 \times 4^2 = 3 \times 16 = 48$. Le nombre 144 est la valeur de $(3x)^2$.

Ce que ça coûte : La valeur de l'expression, et la suite de l'exercice si elle s'en sert.

Le réflexe : rétablir le signe × avant de remplacer : $3 \times x^2$ montre tout de suite ce que le carré élève.

À VÉRIFIER

- Ai-je écrit le produit en entier avant de calculer un carré ou un cube ?
- Ai-je calculé les parenthèses, puis les **puissances**, avant les produits ?
- Ai-je rétabli le signe × sous-entendu avant de remplacer la lettre ?
- Ai-je vérifié une écriture comme $81 = 9^2$ en recalculant le produit ?
- Mon aire est-elle en cm², mon volume en cm³ ?

À RETENIR

- $a^2 = a \times a$ et $a^3 = a \times a \times a$: l'exposant **compte les facteurs**, il ne multiplie pas.
- L'aire d'un carré de côté c vaut c^2, le volume d'un cube d'arête c vaut c^3 : d'où les cm² et les cm³.
- Par cœur : les carrés de 0 à 12, de $0^2 = 0$ à $12^2 = 144$, et $10^3 = 1\,000$.
- 1 dm² = 10^2 cm² = 100 cm² ; 1 dm³ = 10^3 cm³ = 1 000 cm³ = 1 L.
- Priorités : parenthèses, **puissances**, produits, puis sommes et différences.
- $3x^2 = 3 \times x^2$: le carré porte sur x seul ; $(3x)^2$ élève toute la parenthèse.