CORRIGÉ

5e

Corrigé détaillé
8 exercices

Symétrie centrale — Le demi-tour

> Ce qui est noté au contrôle, ce n'est pas le résultat seul : c'est le raisonnement posé, puis le calcul mené jusqu'au bout avec l'unité.

1 Vrai ou faux ? Justifie.

a. **Faux.** Il faut aussi que A, O, A' soient alignés, O au milieu : tout le cercle de centre O passant par A vérifie $OA' = OA$.

b. **Vrai.** Le centre ne bouge pas pendant le demi-tour : c'est le seul point qui est son propre symétrique.

c. **Vrai.** O est le milieu de $[AA']$, qui est le même segment que $[A'A]$.

d. **Vrai.** $OA' = OA = 4$ cm, et A, O, A' sont alignés dans cet ordre :
$AA' = 4 + 4 = 8$

e. **Faux.** Le demi-tour conserve les longueurs : le segment image mesure 5 cm, lui aussi.

2 Sur quadrillage : demi-tour et symétries axiales

a. De A à O : 4 carreaux vers la droite, 1 vers le bas ; le même trajet depuis O donne A' (4 à droite, 1 au-dessous de O). De même, B' : 2 à droite, 3 au-dessous ; C' : 1 à droite, 1 au-dessous.

b. Axe vertical : seul le sens gauche-droite change. A_1 : 4 à droite, 1 au-dessus de O ; B_1 : 2 à droite, 3 au-dessus ; C_1 : 1 à droite, 1 au-dessus.

c. $A_1B_1C_1$ est retourné, comme dans un miroir ; $A'B'C'$ a seulement tourné d'un demi-tour autour de O.

d. $[AA_2]$ est perpendiculaire à (Δ) et suit l'autre diagonale des carreaux ; les deux écarts s'échangent : A_2 est à 1 carreau à droite et 4 au-dessous de O.

3 Sur feuille blanche, puis sans mesurer

a. Sur la demi-droite $[AO)$, on reporte au compas $OA = 2$ cm au-delà de O : c'est A'. Même méthode pour B' sur $[BO)$.

b. Le demi-tour conserve les longueurs, donc $A'B' = AB = 4$ cm.

c. Le symétrique d'une droite est une droite parallèle : $(A'B')$ est parallèle à (AB).

d. M est le milieu de $[AB]$:
$AM = 4 \div 2 = 2$

Le demi-tour conserve l'alignement, donc M' est sur $[A'B']$, et les longueurs : $A'M' = AM = 2$ cm, $M'B' = MB = 2$ cm.

Donc M' est le **milieu** de $[A'B']$.

4 Utiliser les propriétés, sans mesurer

a. Le demi-tour conserve les longueurs : $D'E' = DE = 5$ cm.

b. Il conserve les angles : $\widehat{D'E'F'} = \widehat{DEF} = 70^\circ$.

c. Dans le triangle DEF, la somme des angles vaut 180°, donc $\widehat{EFD}$ mesure, en degrés :
$180 - 50 - 70 = 60$

Le demi-tour conserve les angles, donc $\widehat{E'F'D'} = 60^\circ$.

d. Longueurs et angles droits sont conservés : $R'S'T'U'$ est un rectangle de 3 cm sur 2,5 cm. Périmètre, en cm :
$2 \times (3 + 2{,}5) = 11$

Aire, en cm² :
$3 \times 2{,}5 = 7{,}5$

Le périmètre de $R'S'T'U'$ est 11 cm et son aire 7,5 cm².

5 Centre de symétrie ou pas ?

1. a. **Oui** : le milieu de $[AB]$. Le demi-tour autour du milieu échange A et B.
2. b. **Oui** : le centre I. L'image est un cercle de même rayon centré en I : le même cercle.
3. c. **Non.** Après un demi-tour, la pointe est en bas. Ses trois axes n'y changent rien.
4. d. **Oui** : le milieu de la barre oblique. Tourné d'un demi-tour, le Z redevient un Z.
5. e. **Non.** Tourné d'un demi-tour, le E a ses barres vers la gauche. Il a un axe de symétrie horizontal, mais pas de centre.
6. f. **Oui** : le centre du O. Le demi-tour échange le premier et le dernier N, et un N tourné d'un demi-tour redevient un N.

6 Le carreau de faïence

1. a. Le demi-tour de centre O échange les lignes 1 et 6, 2 et 5, 3 et 4, et de même les colonnes. Les images des cases grises sont (6, 6), (6, 5), (5, 6), (4, 4) et (2, 5) : on les grise toutes les cinq.
2. b. Le carreau terminé compte 10 cases grises.
   $5 + 5 = 10$
3. Une case a pour aire, en cm² :
   $2 \times 2 = 4$
4. L'aire grise, en cm² :
   $10 \times 4 = 40$
5. L'aire grise est de 40 cm² : le demi-tour conserve les aires, la partie ajoutée vaut les 20 cm² de départ.

7 Repérer l'erreur

1. a. Léa oublie l'alignement : A' doit être sur la droite (AO), de l'autre côté de O.
2. b. Tom confond OA' et AA'. Comme O est le milieu de $[AA']$, on a $OA' = OA$; c'est AA' qui vaut $2 \times OA$.
3. c. Inès oublie que le symétrique d'une droite lui est parallèle. Si (d) ne passe pas par O, (d') ne la coupe pas ; si (d) passe par O, (d') est (d) elle-même.
4. d. Hugo a fait une symétrie axiale : plier retourne la figure. Il faut construire le symétrique de chaque sommet par rapport à O.
5. Les quatre erreurs se corrigent de la même façon : revenir à la définition, O est le milieu de $[AA']$.

8 Le jeu des pièces : une stratégie gagnante

1. a. Au centre O de la table, centre de symétrie du rectangle : cette pièce est sa propre symétrique.
2. b. À la place symétrique, par rapport à O, de la pièce que l'adversaire vient de poser.
3. c. Après chaque coup du premier joueur, l'ensemble des pièces posées a O pour centre de symétrie.
4. Si l'adversaire trouve une place libre, la place symétrique l'est aussi : une pièce qui la gênerait aurait sa symétrique, déjà posée, sur la place de l'adversaire. Elle est sur la table, qui a O pour centre de symétrie.
5. La pièce que l'adversaire vient de poser ne gêne pas : elle ne touche pas celle du centre, donc elle est loin de O, et sa symétrique aussi, de l'autre côté.
6. Le premier joueur a donc toujours un coup à jouer : c'est forcément son adversaire qui sera bloqué le premier.

Corrige-toi toi-même. Compte tes points exercice par exercice : c'est ainsi qu'on voit où l'on perd, et ce n'est presque jamais là où on le croit.

Ce qui est évalué	Points	Ce qui fait perdre le point
Construire le symétrique d'un point : alignement et égalité des longueurs	2 pts	Placer A' sur le cercle sans tracer la droite (AO), ou à une distance double
Construire l'image d'une figure sur quadrillage	2 pts	N'inverser qu'un seul des deux sens du trajet : c'est une symétrie axiale
Trouver une longueur, un angle ou une aire par une propriété du demi-tour	2 pts	Mesurer sur la figure au lieu de citer la propriété de conservation
Reconnaître un centre de symétrie et le justifier	1 pt	Confondre axe et centre de symétrie, comme pour le triangle équilatéral
Distinguer symétrie axiale et demi-tour	1 pt	Écrire que l'image d'une droite par un demi-tour la coupe en O