CORRIGÉ

5e

Hauteurs et médianes — Triangles, constructions et aire

Corrigé détaillé
8 exercices

> Ce qui est noté au contrôle, ce n'est pas le résultat seul : c'est le raisonnement posé, puis le calcul mené jusqu'au bout avec l'unité.

1 Lire un codage

1. a. EFG est **isocèle en** E : $[EF]$ et $[EG]$ portent le même codage, et E est leur sommet commun.
2. b. RST est **rectangle isocèle en** S : angle droit codé en S, et $[SR]$, $[ST]$ codés égaux.
3. c. UVW est **équilatéral** : ses trois côtés portent le même codage.
4. d. **On ne peut rien affirmer** : sans codage ni phrase de l'énoncé, l'apparence ne prouve rien.
5. Dans chaque cas, la justification cite le codage : c'est elle qui rapporte le point.

2 Le triangle existe-t-il ?

1. On compare toujours le **plus grand** côté à la somme des deux autres.
2. a. Le plus grand côté mesure 11 cm.
   $5 + 8 = 13$
   13 > 11 : le triangle existe
3. b. Le plus grand côté mesure 9 cm.
   $4 + 4 = 8$
   8 < 9 : les arcs ne se coupent pas, le triangle n'existe pas
4. c. Le plus grand côté mesure 10,5 cm.
   $6 + 4{,}5 = 10{,}5$
   somme égale au plus grand côté : les trois points sont alignés, pas de triangle
5. d. $\widehat{F}$ n'est pas adjacent au côté $[DE]$: il faut d'abord calculer $\widehat{E}$.
   $180 - 35 - 110 = 35$
6. On construit donc 35° en D et 35° en E, **du même côté** de $[DE]$: les deux demi-droites se coupent en F.

3 Construire en vraie grandeur, sur feuille blanche

1. a. Je trace $[AB]$ de 6 cm, la perpendiculaire à (AB) en A à l'équerre, et je reporte 4,5 cm au compas sur cette perpendiculaire : c'est C.
2. Le triangle est rectangle en A : le centre du cercle circonscrit est le **milieu de l'hypoténuse** $[BC]$. Je le place à la règle graduée, sans aucune médiatrice.
3. On mesure $BC = 7{,}5$ cm, donc un rayon de 3,75 cm. Contrôle : le cercle passe par A.
4. b. Inégalité triangulaire : $5 + 4 = 9$ et $9 > 7$, le triangle existe. Je trace $[DE]$, un arc de centre D et de rayon 5 cm, un arc de centre E et de rayon 4 cm : ils se coupent en F.
5. **Hauteur issue de** F : l'équerre le long de $[DE]$, glissée jusqu'à F. Le pied H tombe sur $[DE]$; on mesure FH environ 2,8 cm. Je code l'angle droit.
6. **Médiane issue de** D : je place le milieu K de $[EF]$, à 2 cm de E, je code $EK = KF$, puis je trace $[DK]$.

4 Calculer des aires et des hauteurs

1. a. Base et hauteur relative sont données :
$$\frac{9 \times 4}{2} = \frac{36}{2} = 18$$
l'aire vaut 18 cm²
2. b. Le triangle est rectangle en K : $[KL]$ et $[KM]$ sont perpendiculaires, chacun est la hauteur relative à l'autre.
$$\frac{12 \times 9}{2} = \frac{108}{2} = 54$$
l'aire vaut 54 cm²
3. La même aire s'écrit avec la base $[LM]$ et sa hauteur h : $\frac{15 \times h}{2} = 54$, donc $15 \times h = 108$.
4. On en déduit h :
$h = 108 \div 15 = 7{,}2$
la hauteur relative à [LM] mesure 7,2 cm
5. c. Base × hauteur vaut le double de l'aire, soit 70 :
$h = 2 \times 35 \div 10 = 7$
la hauteur mesure 7 cm
6. Une aire s'écrit en cm², une hauteur en cm : l'unité dit ce que l'on a calculé.

5 Une médiane, deux aires

1. a. L'ordre : **Q**, **R**, **S**, puis **P**. Q et R peuvent s'échanger : ce sont deux faits indépendants.
2. S utilise l'égalité des bases (Q) et la hauteur commune (R) ; P, la conclusion, vient en dernier.
3. b. La médiane $[AM]$ partage ABC en deux triangles de même aire :
$42 \div 2 = 21$
l'aire de ABM vaut 21 cm²
4. c. Dans le triangle ABM, N est le milieu de $[AM]$: $[BN]$ est la médiane issue de B. Elle partage ABM en ABN et BNM, de même aire.
$21 \div 2 = 10{,}5$
l'aire de BNM vaut 10,5 cm²
5. Aucune longueur n'a été mesurée : la propriété de la médiane suffit, dans n'importe quel triangle.

6 Vrai ou faux ? Justifie

1. a. **Faux.** Si l'angle en B est obtus, la hauteur issue de A tombe sur le prolongement de $[BC]$: elle est extérieure.
2. b. **Faux.** Les deux triangles ont la même aire, mais pas la même forme en général. Ils ne sont superposables que si le triangle est isocèle au sommet de la médiane.
3. c. **Vrai.** A et le milieu I de $[BC]$ sont sur la médiatrice de $[BC]$, donc (AI) est cette médiatrice : elle est perpendiculaire à (BC).
4. d. **Vrai.** C'est la propriété observée et admise en 5e ; elle sera démontrée en 4e.
5. e. **Vrai.** $[AB]$ et $[AC]$ sont deux hauteurs du triangle ; elles se coupent en A.

7 Choisir la bonne hauteur

1. a. La hauteur relative à $[BC]$ est le segment issu de A **perpendiculaire à** (BC) : c'est $[AH]$, de 4 cm. Comme l'angle en B est obtus, son pied est sur le prolongement de $[BC]$.
2. b. On prend la base $[BC]$ et sa hauteur $[AH]$:
$$\frac{BC \times AH}{2} = \frac{6 \times 4}{2} = 12$$
l'aire vaut 12 cm²
3. c. La même aire s'écrit avec la base $[AB]$ et sa hauteur $[CK]$: $\frac{5 \times CK}{2} = 12$, donc $5 \times CK = 24$.
4. On en déduit CK :
$CK = 24 \div 5 = 4{,}8$
CK = 4,8 cm ; K est lui aussi hors de [AB], au-delà de B
5. d. Léo a pris $[AB]$ comme hauteur de la base $[BC]$. Or $[AB]$ n'est pas perpendiculaire à (BC) : son produit ne correspond à aucune aire du triangle, et 15 cm² est trop grand.
6. Avant tout calcul d'aire, on vérifie que base et hauteur sont **perpendiculaires** : c'est le codage de l'angle droit qui le dit.

8 Partager un terrain

1. a. Une clôture droite issue de A découpe deux triangles qui ont la même hauteur, issue de A. Ils ont la même aire si leurs bases sont égales : la clôture doit aboutir au **milieu** M **de** $[BC]$. C'est la médiane issue de A.
2. Position de M :
   $48 \div 2 = 24$
   M est à 24 m de B et à 24 m de C
3. b. Aire du terrain, avec la base $[BC]$ et la hauteur issue de A :
   $\dfrac{48 \times 30}{2} = \dfrac{1440}{2} = 720$
   720 m²
4. Chaque parcelle en a la moitié :
   $720 \div 2 = 360$
   360 m² chacune
5. c. Prix d'une parcelle :
   $360 \times 25 = 9\,000$
   chaque parcelle vaut 9 000 €
6. d. **Non** : même aire, mais pas même forme. Les parcelles ne seraient superposables que si $AB = AC$, ce qui n'est pas le cas ici.

Corrige-toi toi-même. Compte tes points exercice par exercice : c'est ainsi qu'on voit où l'on perd, et ce n'est presque jamais là où on le croit.

Ce qui est évalué	Points	Ce qui fait perdre le point
Vérifier l'inégalité triangulaire avec le plus grand côté	1 pt	Comparer deux côtés au hasard, ou conclure « triangle » quand la somme est égale
Construire aux instruments en laissant les traits de construction	2 pts	Lire la mauvaise graduation du rapporteur ; effacer les arcs de compas
Justifier la nature d'un triangle par le codage ou l'énoncé	1 pt	Conclure d'après l'apparence du dessin
Associer à la base la hauteur qui lui est perpendiculaire	2 pts	Multiplier deux côtés non perpendiculaires
Diviser par 2 et donner l'aire en cm²	1 pt	Donner l'aire du rectangle, ou une unité de longueur
Démontrer l'égalité d'aires par la médiane	2 pts	Affirmer sans citer la hauteur commune et l'égalité des bases