

Volumes — Pavés, prismes et cylindres

Ce qui est noté au contrôle, ce n'est pas le résultat seul : c'est le raisonnement posé, puis le calcul mené jusqu'au bout avec l'unité.

1 Volumes de pavés et de cubes

- ① a. Le volume d'un cube est le cube de son arête :
 $6^3 = 216$
- ② b. On multiplie les trois dimensions :
 $12 \times 5 \times 8 = 480$
- ③ c. Il faut d'abord **tout convertir** : 2 m font 200 cm.
 $200 \times 50 \times 40 = 400000$
- ④ Soit 400 000 cm³, c'est-à-dire 400 dm³ ou **400 litres**. Mélanger mètres et centimètres aurait donné un résultat sans aucun sens.

2 Volume d'un cylindre

- ① a. L'aire de la base vaut $\pi \times 3^2 = 9\pi$ cm² :
 $9 \times 12 = 108$
- ② La valeur exacte est 108π cm³, soit environ :
 $108 \times 3,14 \approx 339,1$
- ③ b. Le **diamètre** vaut 10 cm, donc le rayon 5 cm :
 $\pi \times 5^2 = 25\pi$
- ④ Puis :
 $25 \times 7 = 175$
- ⑤ Soit 175π cm³, environ 549,5 cm³. Prendre 10 pour le rayon aurait donné quatre fois trop.

3 Volume d'un prisme

- ① a. On calcule d'abord l'aire du triangle de base :
 $\frac{8 \times 5}{2} = 20$
- ② Puis on multiplie par la hauteur du prisme :
 $20 \times 15 = 300$
- ③ b. L'aire de la base est donnée, il ne reste qu'à multiplier :
 $34 \times 20 = 680$
- ④ Le b. montre que la forme de la base n'a aucune importance : seule son aire compte.

4 Convertir

- ① a. 1 dm³ = 1 L, donc 2,5 dm³ = **2,5 L**. Et vers les cm³ :
 $2,5 \times 1000 = 2500$
- ② b. 1 000 cm³ font 1 L :
 $3200/1000 = 3,2$
- ③ c. 1 m³ vaut 1 000 dm³, donc 1 000 L :
 $0,75 \times 1000 = 750$
- ④ Le facteur est toujours 1 000 entre deux unités de volume voisines, jamais 10 : un volume a trois dimensions.

5 Un problème de contenance

- ① Le diamètre vaut 60 cm, donc le rayon 30 cm. La hauteur de 1,20 m fait 120 cm : tout est en centimètres.
- ② L'aire de la base :
 $\pi \times 30^2 = 900\pi$
- ③ Le volume :
 $900 \times 120 = 108000$
- ④ Soit $108\,000\pi \text{ cm}^3 \approx 339\,292 \text{ cm}^3$, c'est-à-dire environ **339 litres**.
 $339292/1000 \approx 339$
- ⑤ b. Les deux tiers de 339 litres :
 $\frac{2 \times 339}{3} = 226$

6 Repérer l'erreur

- ① a. **Faux**. C'est le rayon qu'on élève au carré :
 $\pi \times 4^2 = 16\pi$
- ② L'erreur donne un résultat quatre fois trop grand.
- ③ b. **Faux**. Le facteur est 1 000 : $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3$.
- ④ c. **Faux**. Les 3 m n'ont pas été convertis. En centimètres :
 $300 \times 20 \times 10 = 60000$

7 La piscine gonflable

- ① a. Le diamètre vaut 3 m, donc le rayon 1,5 m. L'aire de la base est $\pi \times 1,5^2 = 2,25\pi \text{ m}^2$.
- ② On multiplie par la hauteur.
 $2,25 \times 0,8 = 1,8$
- ③ Le volume exact vaut donc $1,8\pi \text{ m}^3$, soit environ :
 $1,8 \times 3,14 \approx 5,65$
environ $5,65 \text{ m}^3$.
- ④ b. Les trois quarts de ce volume.
 $5,65 \times 0,75 \approx 4,24$
- ⑤ c. Un mètre cube vaut mille litres.
 $4,24 \times 1000 = 4240$
il faut environ 4 240 litres d'eau.
- ⑥ Le piège de l'énoncé est au premier mot : il donne le **diamètre**. Prendre 3 pour le rayon aurait donné un volume quatre fois trop grand — et une piscine de seize mille litres.
- ⑦ Contrôle d'ordre de grandeur : une piscine de 3 m de large et 80 cm de haut contient à peu près quatre mille litres. Un résultat en dizaines ou en centaines de milliers signifierait une erreur d'unité.

Corrige-toi toi-même. Compte tes points exercice par exercice : c'est ainsi qu'on voit où l'on perd, et ce n'est presque jamais là où on le croit.

Ce qui est évalué	Points	Ce qui fait perdre le point
Calculer l'aire de la base avant de multiplier par la hauteur	2 pts	Multiplier trois longueurs d'un prisme non rectangulaire
Diviser le diamètre par 2 avant d'élever au carré	3 pts	Obtenir un volume quatre fois trop grand
Convertir toutes les longueurs dans la même unité	2 pts	Mélanger mètres et centimètres dans un même produit
Changer d'unité de volume par 1 000	2 pts	Diviser par 10 entre dm^3 et cm^3
Donner la valeur exacte avec π , puis l'approchée	1 pt	Arrondir dès la première ligne et propager l'erreur