

COURS

Volumes — Pavés, prismes et cylindres

5^e

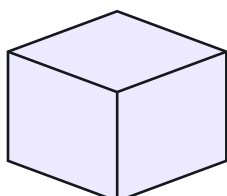
Programme du cycle 4 — BO spécial n°11 du 26 novembre 2015

Trois solides, une seule idée : **aire de la base × hauteur**. Le pavé, le prisme et le cylindre obéissent à la même formule — seule la façon de calculer l'aire de la base change. Retenir trois formules séparées est une perte de temps.

1 Une formule, trois solides

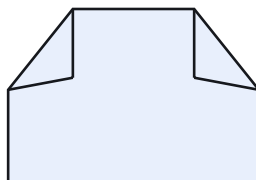
empiler des tranches identiques : c'est ce que dit « aire de base × hauteur »

base : rectangle



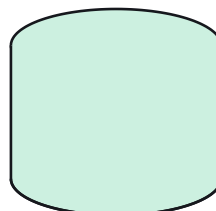
pavé droit

base : polygone quelconque



prisme droit

base : disque



cylindre

Le même geste dans les trois cas : on empile la base sur toute la hauteur.

RÈGLE

Le volume d'un solide droit est le produit de l'aire de sa base par sa hauteur. La hauteur se mesure **perpendiculairement** à la base, jamais le long d'une arête oblique.

$$V = \mathcal{A}_{\text{base}} \times h$$

PROPRIÉTÉ

Les trois cas particuliers ne sont que cette formule appliquée à trois bases différentes.

$$V_{\text{cube}} = c^3 \quad V_{\text{pavé}} = L \times \ell \times h \quad V_{\text{cylindre}} = \pi \times r^2 \times h$$

EXEMPLE

Un cylindre a un rayon de 4 cm et une hauteur de 10 cm. Calculer son volume.

- ① L'aire de la base est celle d'un disque :
 $\pi \times 4^2 = 16\pi$
- ② On multiplie par la hauteur :
 $16 \times 10 = 160$
- ③ La valeur exacte est donc $160\pi \text{ cm}^3$, et la valeur approchée :
 $160 \times 3,14 \approx 502,4$

$160\pi \text{ cm}^3$, soit environ 502 cm^3

LE PIÈGE QUI COÛTE LE PLUS DE POINTS

Utiliser le diamètre à la place du rayon dans πr^2 . — le résultat est alors **quatre fois trop grand**, puisque le rayon est élevé au carré. C'est l'erreur la plus coûteuse du chapitre, et elle passe inaperçue tant qu'on ne contrôle pas l'ordre de grandeur.

Le réflexe : souligner le mot *diamètre* dans l'énoncé et écrire la division par 2 sur une ligne à part, avant de commencer le calcul.

DÉFINITION

L'**aire latérale** d'un solide droit est celle de sa surface « déroulée » : pour un cylindre, un rectangle de longueur $2\pi r$ — le périmètre du disque — et de hauteur h . L'**aire totale** y ajoute les deux bases. Volume et aire répondent à deux questions différentes : ce que le solide contient, et ce qu'il faut de matière pour l'envelopper.

$$\mathcal{A}_{\text{lat}} = 2\pi r h \quad \mathcal{A}_{\text{tot}} = 2\pi r h + 2\pi r^2$$

EXEMPLE

Combien de peinture pour un réservoir cylindrique ouvert de rayon 2 m et de hauteur 3 m, fond compris ?

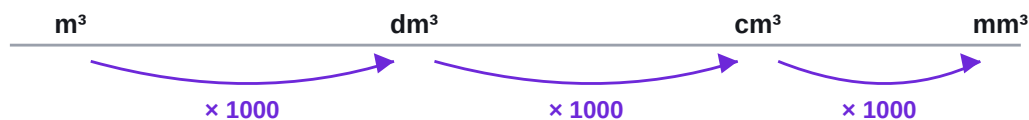
- ① La surface latérale déroulée est un rectangle :
 $2 \times 3,14 \times 2 \times 3 \approx 37,7$
- ② Le fond est un disque :
 $3,14 \times 2^2 \approx 12,6$
- ③ Le réservoir étant ouvert, on n'ajoute pas la seconde base :
 $37,7 + 12,6 = 50,3$

environ 50,3 m² à peindre

2 Les unités de volume

chaque changement d'unité de volume se fait par 1000, pas par 10

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L} \cdot 1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL} \cdot 1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ L}$$



Un volume a trois dimensions : le facteur est 10³, jamais 10.

L'égalité $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$ est la passerelle entre volumes et capacités : elle transforme un calcul de géométrie en réponse utilisable — combien de litres tient ce réservoir. Elle donne aussi $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL}$, qui sert bien plus souvent en pratique.

À VÉRIFIER

- L'énoncé donne-t-il le **rayon** ou le **diamètre** ?
- Ma hauteur est-elle bien **perpendiculaire** à la base ?
- Toutes mes longueurs sont-elles dans la même unité **avant** le calcul ?
- Ai-je changé d'unité de volume par 1 000, et non par 10 ?
- L'ordre de grandeur du résultat est-il plausible ?

À RETENIR

- Une seule formule : $V = \mathcal{A}_{\text{base}} \times h$, pour le pavé, le prisme et le cylindre.
- $V_{\text{cube}} = c^3 \cdot V_{\text{pavé}} = L \times \ell \times h \cdot V_{\text{cylindre}} = \pi r^2 h$.
- **Rayon ou diamètre ?** L'erreur multiplie le résultat par quatre.
- La hauteur se mesure **perpendiculairement** à la base.
- Convertir **avant** de calculer, jamais après.
- Entre deux unités de volume : facteur **1 000**. Et $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$, $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL}$.