

Géométrie plane : figures et construction

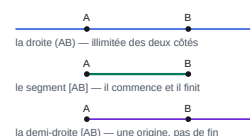
Programme du cycle 3 — BO n°31 du 30 juillet 2020

En géométrie, une figure qui **a l'air** juste ne prouve rien. Un dessin à main levée peut montrer deux droites qui semblent parallèles sans qu'elles le soient, ou un angle qui semble droit à un degré près. C'est pourquoi tout se code : un petit carré pour l'angle droit, un chevron pour le parallélisme, un trait pour l'égalité de longueurs. Ce chapitre apprend à lire ces marques — et à les poser.

1 Le vocabulaire de base

DÉFINITION

Un **point** se note par une lettre majuscule : A . Une **droite** passant par A et B est illimitée des deux côtés et se note (AB) . Un **segment** s'arrête à ses deux extrémités : $[AB]$, et sa longueur s'écrit AB , sans crochets. Une **demi-droite** a une origine et pas de fin : $[AB)$ part de A et passe par B . Les crochets et parenthèses ne sont pas décoratifs : ils disent où la ligne s'arrête.



Trois objets, trois notations —
et une seule différence : où ça
s'arrête.

LE PIÈGE QUI COÛTE LE PLUS DE POINTS

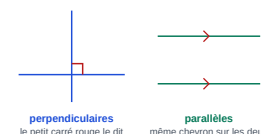
Écrire « la droite $[AB]$ mesure 5 cm ». — une droite n'a pas de longueur — elle est illimitée. Et les crochets désignent un segment, pas une droite : la phrase mélange deux objets différents dans la même ligne.

Le **réflexe** : une longueur ne se mesure que sur un **segment**, et s'écrit sans crochets : $AB = 5$ cm.

2 Parallèles et perpendiculaires

DÉFINITION

Deux droites sont **perpendiculaires** quand elles se coupent en formant un angle droit ; on note $(d_1) \perp (d_2)$. Elles sont **parallèles** quand elles ne se coupent jamais, quelle que soit la distance sur laquelle on les prolonge ; on note $(d_1) \parallel (d_2)$. Sur une figure, l'angle droit se code par un petit carré, le parallélisme par un même chevron sur chacune des deux droites.



Le codage remplace la
mesure : ce qui est codé est
vrai.

TRACER UNE PERPENDICULAIRE, PUIS UNE PARALLÈLE

- 1 **La perpendiculaire** : poser un côté de l'équerre le long de la droite, faire glisser jusqu'à ce que le sommet de l'angle droit atteigne le point, puis tracer le long de l'autre côté.
- 2 **La parallèle** : tracer d'abord une perpendiculaire à la droite, puis une perpendiculaire à celle-là passant par le point. deux droites perpendiculaires à une même troisième sont parallèles entre elles — c'est la propriété qui rend la construction possible.
- 3 **Coder la figure** dès qu'elle est tracée. Un tracé sans codage laisse le lecteur deviner ; en contrôle, il ne devine pas.

LE PIÈGE QUI COÛTE LE PLUS DE POINTS

Conclure que deux droites sont parallèles parce qu'elles ne se coupent pas sur la feuille. — la feuille s'arrête, les droites non. Deux droites très légèrement inclinées l'une par rapport à l'autre se couperaient trois mètres plus loin — et rien sur le dessin ne le montre.

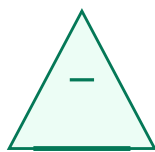
Le **réflexe** : chercher une **raison** : un codage, un rectangle, ou deux perpendiculaires à une même droite. Jamais l'apparence.

3 Les triangles

RÈGLE

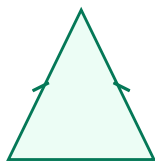
Un triangle se classe de deux façons, et les deux peuvent se cumuler. **Par ses côtés** : *équilatéral* (trois côtés égaux), *isocèle* (deux côtés égaux), *quelconque*. **Par ses angles** : *rectangle* (un angle droit), *quelconque*. Un triangle peut donc être à la fois isocèle et rectangle — et l'équilatéral est un cas particulier d'isocèle, jamais l'inverse.

on classe deux fois : par les côtés, puis par les angles



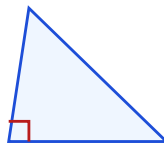
équilateral

trois côtés égaux



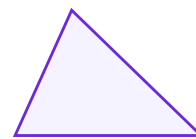
isocèle

deux côtés égaux



rectangle

un angle droit



quelconque

aucune propriété

Les marques sur les côtés disent lesquels sont égaux.

CONSTRUIRE UN TRIANGLE DONT ON CONNAÎT LES TROIS CÔTÉS

- 1 **Tracer le plus grand côté** à la règle : ce sera la base. Nommer ses extrémités.
- 2 **Ouvrir le compas** à la longueur du deuxième côté, pointer sur une extrémité, tracer un arc.
- 3 **Recommencer** avec le troisième côté depuis l'autre extrémité. Les deux arcs se coupent au troisième sommet. ils se coupent en deux points, symétriques par rapport à la base : les deux triangles obtenus conviennent.
- 4 **Repasser les trois côtés** à la règle, et coder les longueurs égales s'il y en a.

LE PIÈGE QUI COÛTE LE PLUS DE POINTS

Chercher à construire un triangle de côtés 3 cm, 4 cm et 8 cm. — les deux arcs ne se couperont jamais : $3 + 4 = 7$, et 7 est plus petit que 8. Les deux petits côtés mis bout à bout n'atteignent pas l'extrémité du grand.

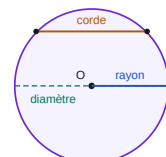
Le réflexe : avant de construire, vérifier que la somme des deux plus petits dépasse le plus grand. C'est l'**inégalité triangulaire**, et elle s'énonce en une addition.

4 Le cercle

DÉFINITION

Un **cercle** de centre O est l'ensemble des points situés à la même distance de O : cette distance est le **rayon**. Un **diamètre** est un segment qui joint deux points du cercle **en passant par le centre** ; il vaut donc deux rayons. Une **corde** joint deux points du cercle sans passer forcément par le centre — le diamètre est la plus longue de toutes les cordes.

$$d = 2 \times r$$



le diamètre est la plus longue des cordes : il passe par O

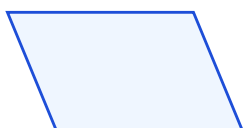
Un seul centre, une infinité de rayons — tous de même longueur.

5 Les quadrilatères particuliers

PROPRIÉTÉ

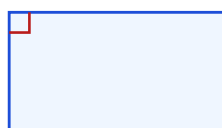
Un **parallélogramme** a ses côtés opposés parallèles deux à deux. Le **rectangle** est un parallélogramme qui possède en plus quatre angles droits. Le **losange** est un parallélogramme dont les quatre côtés sont égaux. Le **carré** possède les deux propriétés à la fois : il est donc rectangle et losange. Chaque figure hérite de toutes les propriétés de celles qui la précèdent.

chacun ajoute une propriété au précédent



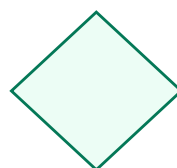
parallélogramme

côtés parallèles 2 à 2



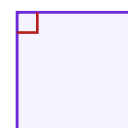
rectangle

+ quatre angles droits



losange

+ quatre côtés égaux



carré

les deux à la fois

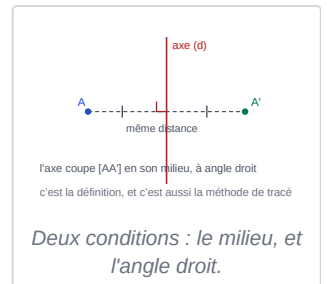
Une famille, et chacun ajoute une condition.

Cet emboîtement a une conséquence pratique constante : tout ce qui est vrai d'un parallélogramme est vrai d'un carré. Si l'on sait que les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu, on le sait aussi du rectangle, du losange et du carré — sans rien réapprendre. Retenir la famille coûte moins cher que retenir quatre listes.

6 La symétrie axiale

DÉFINITION

Le **symétrique** d'un point A par rapport à une droite (d) est le point A' tel que (d) coupe le segment $[AA']$ **en son milieu** et **perpendiculairement**. La droite (d) s'appelle l'**axe** de symétrie. Si A appartient déjà à l'axe, il est son propre symétrique.



PROPRIÉTÉ

La symétrie axiale **conserve** les longueurs, les angles, les aires et l'alignement. Une figure et sa symétrique sont donc superposables — en retournant la feuille. Ce qu'elle ne conserve pas, c'est le sens de parcours : ce qui tournait dans un sens tourne dans l'autre, et c'est exactement ce que fait un miroir.

LE PIÈGE QUI COÛTE LE PLUS DE POINTS

Tracer le symétrique en reportant la distance à l'axe le long d'une ligne oblique. — la distance doit se mesurer **perpendiculairement** à l'axe. Reportée de biais, elle place le point trop loin, et la figure obtenue n'est plus superposable à l'originale.

Le réflexe : toujours partir du point vers l'axe à l'équerre, marquer le pied de la perpendiculaire, puis reporter la même longueur au-delà.

À VÉRIFIER

- Ai-je **codé** ma figure : angles droits, longueurs égales, parallélismes ?
- Une longueur ne se note que sur un segment : AB , sans crochets.
- Avant de construire un triangle : la somme des deux plus petits côtés dépasse-t-elle le plus grand ?
- Rayon ou diamètre ? Le diamètre passe par le centre et vaut deux rayons.
- Pour un symétrique : perpendiculaire à l'axe, et **même distance** de part et d'autre.
- Ai-je justifié par une **propriété**, et non par ce que le dessin donne à voir ?

À RETENIR

- (AB) droite · $[AB]$ segment · $\overline{AB}$ demi-droite · AB longueur.
- Ce qui est **codé** est vrai ; ce qui a l'air vrai ne l'est pas.
- Deux perpendiculaires à une même droite sont **parallèles**.
- **Inégalité triangulaire** : la somme des deux petits côtés dépasse le grand.
- $d = 2r$ — et le diamètre est la plus longue des cordes.
- Carré = rectangle **et** losange. L'inclusion ne se retourne pas.
- Symétrie axiale : **perpendiculaire** à l'axe, et même distance de part et d'autre.
- Elle conserve longueurs, angles et aires ; elle inverse le sens.