CORRIGÉ

Médiatrice et triangles — Cercle circonscrit, somme des angles

6e

Corrigé détaillé
8 exercices

> Ce qui est noté au contrôle, ce n'est pas le résultat seul : c'est le raisonnement posé, puis le calcul mené jusqu'au bout avec l'unité.

1 Vrai ou faux ? Justifie.

1. a. **Vrai.** Un point de la médiatrice de $[AB]$ est à égale distance de A et de B.
2. b. **Faux.** P est sur la médiatrice de $[AB]$, mais pas forcément sur le segment : le sommet d'un triangle isocèle en P en est un exemple.
3. c. **Faux.** Deux angles droits font déjà 180° : il ne resterait rien pour le troisième angle.
   $90 + 90 = 180$
4. d. **Vrai.** La somme vaut bien 180° : c'est un triangle rectangle.
   $30 + 60 + 90 = 180$
5. e. **Vrai.** Ses trois angles sont égaux et leur somme vaut 180°.
   $180 \div 3 = 60$
6. f. **Faux.** Pour un triangle à angle obtus, le centre est à l'extérieur.

2 Calcule l'angle demandé, sans mesurer.

1. a. La somme des angles vaut 180°, donc, en degrés :
   $\widehat{C} = 180 - 52 - 71 = 57$
2. b. De même :
   $\widehat{F} = 180 - 35 - 95 = 50$
3. c. RST est rectangle en R, donc $\widehat{S} + \widehat{T} = 90^\circ$:
   $\widehat{T} = 90 - 28 = 62$
4. d. Isocèle en K : $\widehat{L} = \widehat{M}$, qui se partagent le reste :
   $(180 - 50) \div 2 = 65$
5. e. Isocèle en U : les angles à la base sont égaux, donc $\widehat{W} = \widehat{V} = 40^\circ$. Puis :
   $\widehat{U} = 180 - 40 - 40 = 100$
6. $\widehat{C} = 57^\circ$, $\widehat{F} = 50^\circ$, $\widehat{T} = 62^\circ$, $\widehat{L} = \widehat{M} = 65^\circ$, $\widehat{W} = 40^\circ$ et $\widehat{U} = 100^\circ$.

3 Construire une médiatrice et s'en servir

1. a. Compas écarté de plus de 3 cm (par exemple 4 cm) : deux arcs de centre A, puis deux arcs de centre B avec le même écartement. La droite qui joint les deux points d'intersection est (d).
2. b. Pointe en A, écartement 5 cm : l'arc coupe (d) en deux points, un de chaque côté de $[AB]$. Deux points conviennent ; on en choisit un.
3. c. M est sur la médiatrice de $[AB]$, donc $MB = MA = 5$ cm.
4. Le triangle MAB a deux côtés égaux, $MA = MB$: il est isocèle en M.

4 Repérer l'erreur

1. a. La somme ne fait pas 180° : ces mesures sont impossibles pour un triangle.
   $50 + 60 + 80 = 190$
2. b. Sarah oublie que les 140° restants se partagent entre deux angles égaux :
   $\widehat{B} = 140 \div 2 = 70$
3. c. La médiatrice passe par le **milieu** de $[AB]$, pas par A. Nina a la perpendiculaire, mais pas le milieu.
4. d. Il faut comparer deux distances : P est sur la médiatrice seulement si, en plus, $PB = 4$ cm.
5. Dans les quatre cas, on revient à la propriété exacte : 180° pour la somme, milieu **et** angle droit pour la médiatrice, $PA = PB$ pour la propriété caractéristique.

5 Calculer avant de construire

1. a. La somme des angles vaut 180°, donc, en degrés :
$\widehat{B} = 180 - 45 - 75 = 60$
2. b. On trace $[AB]$ de 6 cm, un angle de 45° en A et un angle de 60° en B, du même côté de $[AB]$: les deux côtés se coupent en C. Au rapporteur, $\widehat{C}$ mesure 75°.
3. c. Les deux angles donnés dépassent déjà 180°, sans place pour $\widehat{F}$: les côtés tracés en D et en E ne se coupent pas. Ce triangle n'existe pas.
$100 + 85 = 185$

6 Le banc au bord de la route

1. a. On trace (d), A' et B', puis les deux perpendiculaires à l'équerre ; on reporte 2 cm et 4 cm du même côté.
2. b. Le banc doit être à égale distance de A et de B : il est donc sur la médiatrice de $[AB]$. Il doit aussi être sur la route (d).
3. On construit la médiatrice de $[AB]$ au compas : elle coupe (d) en M, l'emplacement du banc.
4. c. On mesure $MA \approx 4{,}5$ cm et $MB \approx 4{,}5$ cm : les deux distances sont égales, comme prévu. M est à 4 cm de A', entre A' et B'.

7 L'antenne des trois fermes

1. a. On trace $[AB]$ de 6 cm ; l'arc de centre A et de rayon 4 cm et l'arc de centre B et de rayon 5 cm se coupent en C.
2. b. On construit au compas les médiatrices de $[AB]$ et de $[BC]$; elles se coupent en O. La médiatrice de $[AC]$ passe aussi par O : c'est le contrôle.
3. c. Le cercle passe aussi par B et par C : c'est le cercle circonscrit.
4. O est sur la médiatrice de $[AB]$, donc $OA = OB$; il est sur celle de $[BC]$, donc $OB = OC$. Ainsi $OA = OB = OC$.
5. d. On mesure un rayon d'environ 3 cm. À l'échelle 1 cm pour 1 km, l'antenne est à environ 3 km de chacune des trois fermes.

8 Isocèle : toutes les possibilités

1. a. Premier cas : 70° est l'angle au sommet principal. Les deux angles à la base sont égaux :
$(180 - 70) \div 2 = 55$
2. Second cas : 70° est un angle à la base. L'autre aussi, et le sommet principal mesure :
$180 - 70 - 70 = 40$
3. Deux possibilités : 70°, 55°, 55° ou 70°, 70°, 40°. b. 100° ne peut pas être un angle à la base : il y en aurait deux, et déjà $100 + 100 = 200$, plus que 180.
4. C'est donc l'angle au sommet principal. Une seule possibilité, 100°, 40°, 40° :
$(180 - 100) \div 2 = 40$
5. c. M est sur la médiatrice de $[AB]$, donc $MA = MB$: le triangle MAB est isocèle en M, et ses angles à la base sont égaux : $\widehat{MBA} = \widehat{MAB} = 35^\circ$.
6. La somme des angles vaut 180°, donc, en degrés :
$\widehat{AMB} = 180 - 35 - 35 = 110$
7. $\widehat{MBA} = 35^\circ$ et $\widehat{AMB} = 110^\circ$.

Corrige-toi toi-même. Compte tes points exercice par exercice : c'est ainsi qu'on voit où l'on perd, et ce n'est presque jamais là où on le croit.

Ce qui est évalué	Points	Ce qui fait perdre le point
Construire une médiatrice au compas, traits de construction visibles	2 pts	Changer d'écartement entre A et B, ou tracer une perpendiculaire qui ne passe pas par le milieu
Utiliser la propriété caractéristique pour trouver ou justifier une distance	2 pts	Conclure « sur la médiatrice » à partir d'une seule distance, sans l'égalité $MA = MB$
Calculer un angle avec la somme 180° et les triangles particuliers, propriété citée	3 pts	Mesurer au lieu de calculer, oublier l'angle droit, ou ne pas diviser par 2 le reste d'un isocèle
Construire le cercle circonscrit et justifier $OA = OB = OC$	2 pts	Un centre placé à vue d'œil, ou un rayon pris jusqu'au milieu d'un côté