

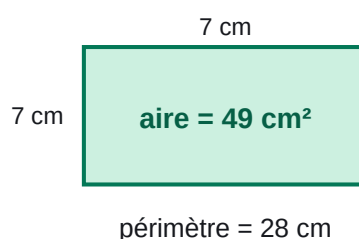
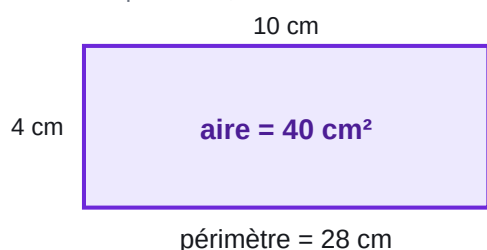
Périmètre et aire

Programme du cycle 3 — BO n°31 du 30 juillet 2020

Le **périmètre** est la longueur du tour, l'**aire** la place occupée à l'intérieur. Deux questions différentes, deux unités différentes — et deux figures peuvent avoir le même périmètre sans avoir la même aire. Confondre les deux est l'erreur la plus répandue de tout le collège.

1 Deux mesures, deux unités

même périmètre, aires très différentes — les deux mesures sont indépendantes



à périmètre égal, c'est le carré qui offre la plus grande aire

Le périmètre se mesure en cm, l'aire en cm² — jamais l'inverse.

DÉFINITION

Le **périmètre** est la longueur du contour : on l'exprime en unités de longueur — mm, cm, m, km. L'**aire** est la surface intérieure : on l'exprime en unités **carrées** — cm², m². Une réponse dont l'unité est fautive est une réponse fautive.

2 Les formules

PROPRIÉTÉ

Quatre figures suffisent au programme. Le rectangle et le carré se déduisent l'un de l'autre ; le triangle est un demi-rectangle ; le disque introduit π .

$$\mathcal{P}_{\text{rect}} = 2(L + \ell) \quad \mathcal{A}_{\text{rect}} = L \times \ell \quad \mathcal{A}_{\text{tri}} = \frac{b \times h}{2}$$

RÈGLE

Pour le cercle, le périmètre porte un nom particulier — la **circonférence** — et les deux formules ne se ressemblent pas : l'une utilise le rayon une fois, l'autre au carré.

$$\mathcal{C} = 2 \times \pi \times r \quad \mathcal{A}_{\text{disque}} = \pi \times r^2$$

LE PIÈGE QUI COÛTE LE PLUS DE POINTS

Utiliser le diamètre à la place du rayon dans πr^2 . — le rayon étant élevé au carré, l'erreur rend le résultat **quatre fois trop grand**. Et comme le résultat garde une allure plausible, rien ne la signale.

Le réflexe : souligner le mot *diamètre* dans l'énoncé et écrire la division par 2 sur une ligne à part, avant de commencer.

EXEMPLE

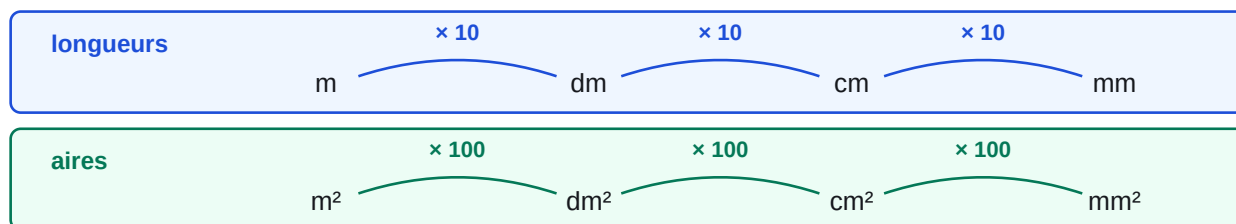
Un disque a un diamètre de 12 cm. Calculer sa circonférence et son aire.

- ① Le rayon vaut la moitié du diamètre :
 $12/2 = 6$
- ② La circonférence utilise le rayon une seule fois :
 $2 \times 3,14 \times 6 \approx 37,7$
- ③ L'aire l'utilise au carré :
 $3,14 \times 6^2 \approx 113$

environ 37,7 cm et 113 cm²

3 Les conversions

les longueurs changent par 10, les aires par 100 — jamais l'inverse



un carré de 1 dm de côté contient $10 \times 10 = 100$ carrés de 1 cm de côté

Une aire a deux dimensions : chaque changement d'unité vaut 10×10 .

Les unités agraires servent pour les terrains : **1 a** (are) = 100 m^2 , et **1 ha** (hectare) = $10\,000 \text{ m}^2$. Un hectare est donc un carré de 100 m de côté — à peu près un terrain de football et demi.

4 Des problèmes concrets

Un énoncé de la vie courante ne dit jamais « calcule le périmètre ». Il parle de plinthes, de clôture, de ruban, de bordure — c'est **le tour**, donc un périmètre. Ou bien il parle de peinture, de moquette, de gazon, de carrelage — c'est **la surface**, donc une aire. Reconnaître lequel des deux est demandé règle la moitié de l'exercice.

EXEMPLE

Une chambre rectangulaire mesure 4,50 m sur 3,20 m. On veut poser des plinthes tout autour — sauf sur la porte, large de 0,90 m — et peindre le sol. Que faut-il acheter ?

- ① Les plinthes suivent le tour : c'est le périmètre.

$$P = 2 \times (4,50 + 3,20) = 15,40$$

- ② On retire la largeur de la porte.

$$15,40 - 0,90 = 14,50$$

il faut 14,50 m de plinthes.

- ③ La peinture couvre la surface : c'est l'aire.

$$A = 4,50 \times 3,20 = 14,40$$

- ④ Les deux nombres se ressemblent — 14,50 et 14,40 — mais ils ne mesurent pas la même chose : l'un est en mètres, l'autre en mètres carrés. C'est l'unité qui les distingue, jamais leur valeur.

14,50 m de plinthes et de quoi peindre 14,40 m²

À VÉRIFIER

- Périmètre ou aire ? Longueur du tour, ou place à l'intérieur ?
- Mon unité est-elle en cm ou en cm^2 selon la question ?
- L'énoncé donne-t-il le **rayon** ou le **diamètre** ?
- Toutes mes longueurs sont-elles dans la même unité avant de calculer ?
- Conversion d'aire : ai-je bien utilisé 100 et non 10 ?
- L'énoncé parle-t-il d'un **tour** (périmètre, en m) ou d'une **surface** (aire, en m^2) ?

À RETENIR

- **Périmètre** = longueur du tour, en cm. **Aire** = surface, en cm^2 .
- $P_{\text{rect}} = 2(L + \ell) \cdot A_{\text{rect}} = L \times \ell \cdot A_{\text{tri}} = \frac{b \times h}{2}$.
- Cercle : $C = 2\pi r$ et $A = \pi r^2$ — le rayon, jamais le diamètre.
- Longueurs : facteur **10**. Aires : facteur **100**.
- 1 ha = $10\,000 \text{ m}^2$, 1 a = 100 m^2 .
- Deux figures de même périmètre n'ont pas la même aire.