COURS

Volumes et empilements — Le centimètre cube

6e

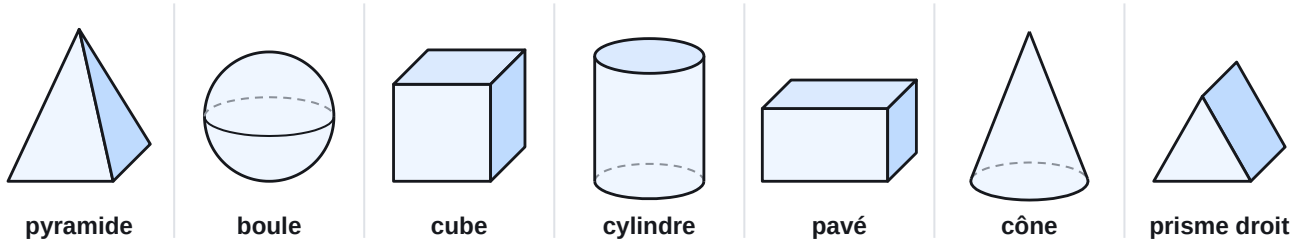
Programme du cycle 3 — arrêté du 10 avril 2025, BO du 17 avril 2025 (Hebdo 16) — MENE2504620A

Le **volume** d'un objet, c'est la place qu'il occupe dans l'espace. En 6e, on le mesure en comptant des cubes : **un cube de 1 cm d'arête a un volume de 1 cm³, et un assemblage de 8 de ces cubes a un volume de 8 cm³.** Pour bien compter, il faut savoir « voir » un assemblage de cubes, y compris les cubes que l'on ne voit pas.

1 Les solides et les assemblages de cubes

DÉFINITION

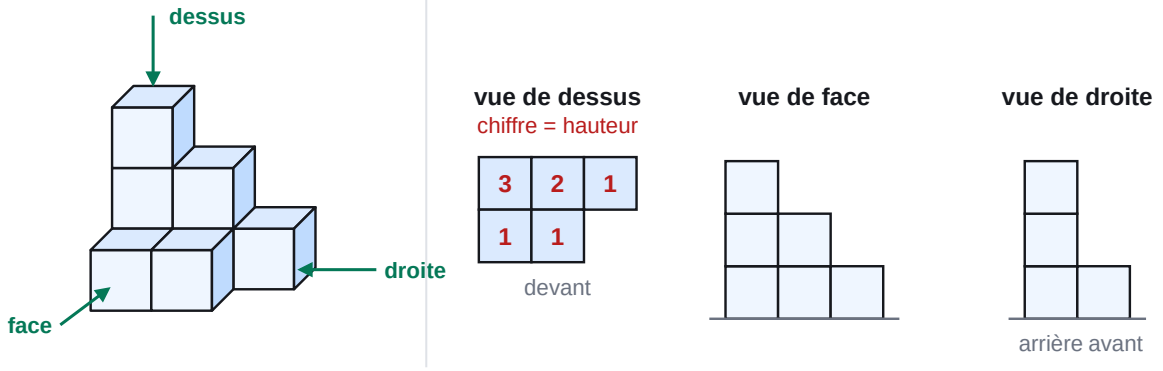
Un **solide** est un objet de l'espace. Le **pavé** a 6 faces rectangulaires ; le **cube** est un pavé dont les 6 faces sont des carrés. Le **prisme droit** a deux **bases** superposables (des polygones) reliées par des faces rectangulaires. La **pyramide** a une base (un polygone) et des faces triangulaires qui se rejoignent en un même sommet. Le **cylindre**, le **cône** et la **boule** ont une surface courbe.



Les sept solides à reconnaître. Sur un dessin en perspective, ce qui est caché est tracé en pointillés.

DÉFINITION

Un **assemblage de cubes** est un solide fait de cubes identiques posés face contre face. Sauf indication contraire, **aucun cube ne flotte** : chaque cube est posé sur le sol ou sur un autre cube. Une **vue** est le dessin de ce que l'on voit en regardant l'assemblage bien en face, d'un seul côté : **de dessus**, **de face** (de devant) ou **de droite**. Dans une vue, on ne voit qu'une face de chaque cube : la vue n'est faite que de **carrés**.



On voit 7 cubes, mais il y en a 8 : au fond à gauche, le cube du bas est caché. Vue de droite : l'arrière à gauche, l'avant à droite.

COMPTER LES CUBES D'UN ASSEMBLAGE

1. Repérer les **colonnes** : chaque colonne est une case de la vue de dessus.
2. Lire la **hauteur** de chaque colonne grâce à son cube du haut. Les cubes du dessous sont là, même cachés, puisque aucun cube ne flotte.
3. Écrire chaque hauteur dans sa case de la vue de dessus, puis **additionner** tous les nombres.

DESSINER LES VUES D'UN ASSEMBLAGE

1. **De dessus** : un carré par colonne, l'avant en bas du dessin.
2. **De face** : pour chaque file, de gauche à droite, dessiner la colonne **la plus haute** ; les autres sont cachées derrière elle.
3. **De droite** : pareil pour chaque rangée, avec l'arrière à gauche et l'avant à droite.

EXEMPLE

Combien de cubes contient l'assemblage dessiné plus haut ?

1. Sur la vue de dessus, les hauteurs sont 3, 2 et 1 derrière, 1 et 1 devant (la case de droite est vide).
$3 + 2 + 1 + 1 + 1 = 8$

l'assemblage compte 8 cubes, dont 1 caché

PIÈGE

Compter seulement les cubes visibles. — des cubes peuvent être cachés derrière ou sous d'autres.

Ce que ça coûte : le nombre de cubes et le volume sont faux.

Le réflexe : écrire la hauteur de chaque colonne sur la vue de dessus.

PIÈGE

Dessiner une vue « en relief ». — vu bien en face, chaque cube ne montre qu'une face : un carré.

Ce que ça coûte : toute la vue est fausse.

Le réflexe : une vue ne contient que des carrés.

PIÈGE

Dans la vue de face, empiler les colonnes de devant et de derrière. — celle de devant cache celle de derrière.

Ce que ça coûte : la vue est trop haute.

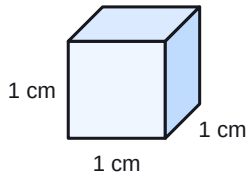
Le réflexe : pour chaque file, garder la colonne la plus haute.

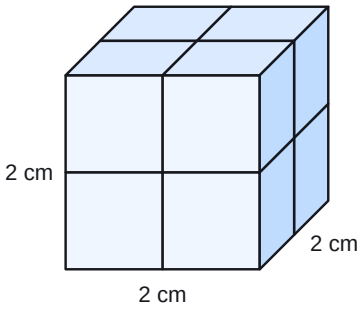
2 Le volume et le centimètre cube

DÉFINITION

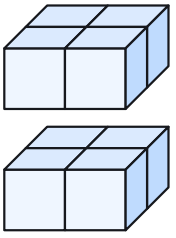
Le **volume** d'un solide est la place qu'il occupe dans l'espace. Pour le mesurer, on choisit un **cube unité**, puis on compte combien de cubes unités forment le solide. Le **centimètre cube**, noté **cm³**, est le volume d'un cube de **1 cm d'arête** : un solide formé de 12 cubes de 1 cm d'arête a un volume de **12 cm³**.

1 cm³
le cube unité





couche par couche



couche du haut : 4

couche du bas : 4

4 + 4 = 8 cubes
volume : 8 cm³

Un cube de 2 cm d'arête contient 2 couches de 4 cubes unités : 8 cm³, et non 2 cm³. Les arêtes obliques, vers l'arrière, sont dessinées plus courtes, mais toutes les arêtes d'un cube ont la même longueur.

DÉTERMINER UN VOLUME COUCHE PAR COUCHE

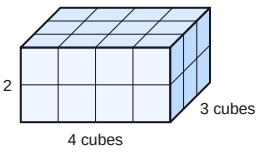
1. Vérifier que le solide est fait de **cubes de 1 cm d'arête** ; sinon, découper chaque gros cube en cubes unités.
2. Compter les cubes d'**une couche** : le nombre de rangées multiplié par le nombre de cubes d'une rangée.
3. Multiplier par le **nombre de couches** si elles sont toutes pareilles ; sinon, additionner les couches.
4. Écrire le résultat en **cm³** : autant de cm³ que de cubes unités.

EXEMPLE

Une boîte en forme de pavé est remplie exactement de cubes de 1 cm d'arête : 4 cubes de long, 3 de profondeur et 2 couches. Quel est son volume ?

1. Une couche : 3 rangées de 4 cubes.
$3 \times 4 = 12$
2. Il y a 2 couches identiques.
$2 \times 12 = 24$

la boîte contient 24 cubes unités : son volume est 24 cm³



La boîte de l'exemple : 2 couches de 12 cubes.

PIÈGE

Écrire « 24 cm » ou « 24 cm² » pour un volume. — cm : une longueur ; cm² : une aire (des carrés) ; cm³ : un volume (des cubes).

Ce que ça coûte : le résultat est faux, même avec le bon nombre.

Le réflexe : j'ai compté des cubes, j'écris cm³.

PIÈGE

Dire qu'un cube de 2 cm d'arête a un volume de 2 cm³. — il contient 2 couches de 4 cubes unités : 8 cm³.

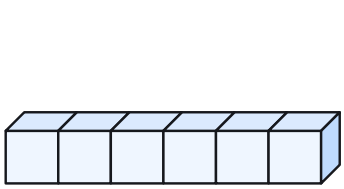
Ce que ça coûte : le volume est 4 fois trop petit.

Le réflexe : découper en cubes de 1 cm d'arête, puis compter.

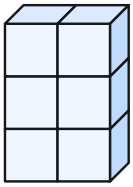
3 Comparer des volumes

PROPRIÉTÉ

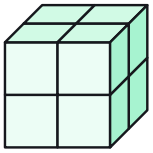
Deux solides formés du **même nombre** de cubes unités ont le **même volume**, même si leurs formes sont différentes : déplacer les cubes change la forme, **pas le volume**.



A
6 cubes : 6 cm³



B
6 cubes : 6 cm³



C
8 cubes : 8 cm³

le plus grand volume

A est le plus long, B le plus haut, mais C a le plus grand volume : c'est lui qui contient le plus de cubes.

COMPARER DEUX VOLUMES

1. Vérifier que les cubes ont **la même taille** ; sinon, découper les gros cubes en cubes unités.
2. Compter les cubes de chaque solide, **cubes cachés compris**.
3. Comparer les deux nombres et conclure par une phrase.

EXEMPLE

Léa assemble 10 cubes de 1 cm d'arête. Tom pose côte à côte 2 cubes de 2 cm d'arête. Qui a le plus grand volume ?

1. Léa a 10 cubes unités : 10 cm³. Un cube de 2 cm d'arête contient 8 cubes unités, et Tom en a 2.
   $2 \times 8 = 16$
2. Le volume de Tom, 16 cm³, est plus grand que celui de Léa, 10 cm³.

Tom a le plus grand volume, avec seulement 2 cubes

PIÈGE

Comparer à l'œil : « la tour est plus haute, donc plus grande ». — un solide plus haut ou plus long peut contenir moins de cubes.

Ce que ça coûte : la comparaison est fausse.

Le réflexe : même unité d'abord, puis compter les cubes unités.

À VÉRIFIER

- Je reconnais un cube, un pavé, un prisme droit, une pyramide, un cylindre, un cône et une boule.
- Je dessine les vues de dessus, de face et de droite d'un assemblage.
- Je compte aussi les cubes cachés : aucun cube ne flotte.
- Je sais que 1 cm³ est le volume d'un cube de 1 cm d'arête.
- Je trouve un volume couche par couche, et j'écris cm³.
- Pour comparer, j'utilise des cubes de même taille.

À RETENIR

- Le **volume** est la place occupée dans l'espace ; on le mesure en comptant des cubes unités.
- **1 cm³** est le volume d'un cube de 1 cm d'arête ; un cube de 2 cm d'arête fait 8 cm³.
- **Aucun cube ne flotte** : sous chaque cube visible, la colonne est complète. Les cubes cachés comptent.
- Une vue (de dessus, de face, de droite) n'a que des carrés ; on y voit la colonne la plus haute de chaque file.
- Même nombre de cubes unités, **même volume**, quelle que soit la forme.