

EXERCICES

Dérivation avancée — composées, optimisation et convexité

Tle

Nom : _____
Classe : _____

Au contrôle, une réponse juste sans calcul ne rapporte presque rien : chaque problème se rédige en quatre temps — **justifier**, **poser** l'égalité, **mener le calcul** jusqu'au bout, **conclure** par une phrase avec l'unité. La place réservée est dimensionnée pour ces quatre temps.

1 Dériver, en posant u et u' .

● ○ ○

- a. $f(x) = e^{5x}$
- b. $g(x) = \ln(2x + 7)$
- c. $h(x) = (3x - 1)^4$

2 Composées mêlées.

● ● ○

- a. $f(x) = e^{x^2-3x}$
- b. $g(x) = \sqrt{x^2 + 1}$
- c. $h(x) = x e^{-x}$

3 Composées trigonométriques et tangente.

● ● ○

- a. Dériver $f(x) = \sin(2x)$ puis $g(x) = \cos(x^2)$.
- b. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0.

4 Variations d'une fonction composée. Soit $f(x) = e^{-x^2}$ sur $\mathbb{R}$.

● ● ○

- a. Calculer $f'(x)$ et déterminer son signe.
- b. Dresser le tableau de variations et donner le maximum.

5 Une boîte sans couvercle est fabriquée dans un carton carré de 24 cm de côté, en découpant un carré de côté x à chaque coin.

...

- a. Exprimer le volume $V(x)$ et donner l'intervalle d'étude.
- b. On admet $V'(x) = 12(x - 4)(3x - 36)$. Étudier son signe.
- c. En déduire le volume maximal.

6 Convexité. Soit $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ sur $\mathbb{R}$.

...

- a. Calculer f' puis f'' .
- b. Étudier la convexité de f .
- c. Déterminer le point d'inflexion et justifier son existence.

7 Vrai ou faux, en justifiant.

...

- a. Si $f''(a) = 0$ alors a est un point d'inflexion.
- b. Une fonction convexe est croissante.
- c. La dérivée de $\ln(x^2)$ sur $]0; +\infty[$ est $\frac{1}{x^2}$.

Corrigé détaillé sur progressschool.fr — chapitre « Dérivation avancée — composées, optimisation et convexité ».