EXERCICES

Droites et plans — Vecteurs et représentations paramétriques

Tle

Nom : _____
Classe : _____

> Au contrôle, une réponse juste sans calcul ne rapporte presque rien : chaque problème se rédige en quatre temps — **justifier**, **poser** l'égalité, **mener le calcul** jusqu'au bout, **conclure** par une phrase avec l'unité. La place réservée est dimensionnée pour ces quatre temps.

1 $ABCDEFGH$ est un cube et K le centre de la face $EFGH$. Exprimer en fonction de $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AE}$: ●○○

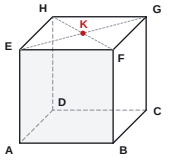
a. $\overrightarrow{AG}$

b. $\overrightarrow{EC}$

c. $\overrightarrow{BH}$

d. $\overrightarrow{AK}$

e. Placer le point N tel que $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, et le décrire.



Le cube ; K est le centre de la face du dessus.

2 Vrai ou faux ? Justifier. Les quatre premières affirmations portent sur le cube de l'exercice 1. ●○○

a. « Les droites (AB) et (GH) sont parallèles. »

b. « Les droites (AE) et (BC) sont sécantes. »

c. « La droite (EG) est parallèle au plan (ABC). »

d. « Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AG}$ forment une base de l'espace. »

e. « Dans l'espace, deux droites qui ne sont pas parallèles sont sécantes. »

Énoncé	Ta réponse	Pourquoi ?
a. « Les droites (AB) et (GH) sont parallèles. »		
b. « Les droites (AE) et (BC) sont sécantes. »		
c. « La droite (EG) est parallèle au plan (ABC). »		
d. « Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AG}$ forment une base de l'espace. »		
e. « Dans l'espace, deux droites qui ne sont pas parallèles sont sécantes. »		

3 **Dans un repère de l'espace, on donne $A(1\,;2\,;-1)$, $B(3\,;1\,;0)$, $C(-3\,;4\,;-3)$ et $D(0\,;1\,;2)$.** ●●○

a. Les points A, B, C sont-ils alignés ?

b. Les points A, B, D sont-ils alignés ?

c. Déterminer les coordonnées du point E tel que $ABDE$ soit un parallélogramme, puis contrôler avec les milieux des diagonales.

4 **Dans un repère, on donne $\vec{u}(1\,;1\,;0)$, $\vec{v}(0\,;1\,;1)$, $\vec{w}(1\,;0\,;1)$ et $\vec{t}(3\,;1\,;2)$.** ●●○

a. Montrer que $(\vec{u},\vec{v},\vec{w})$ est une base de l'espace.

b. Déterminer les coordonnées de $\vec{t}$ dans cette base.

c. Le vecteur $\vec{r}(1\,;2\,;1)$ forme-t-il une base avec $\vec{u}$ et $\vec{v}$?

5 **Dans un repère orthonormé, la droite $\mathcal{D}$ a pour représentation paramétrique $x = 2 - 3t$, $y = 1 + t$, $z = 4$, $t \in \mathbb{R}$.** ●●○

a. Donner un point et un vecteur directeur de $\mathcal{D}$.

b. Le point $A(-4\,;3\,;4)$ appartient-il à $\mathcal{D}$?

c. Montrer que $\mathcal{D}'$: $x = -1 + 6s$, $y = 2 - 2s$, $z = 4$, $s \in \mathbb{R}$, est la même droite.

d. Montrer que $\mathcal{D}$ est strictement parallèle au plan $(O\,;\vec{i},\vec{j})$, formé des points de cote nulle.

e. Que renvoie l'instruction Python `[[2 - 3*t, 1 + t, 4] for t in range(3)]` ? Interpréter.

6 **Deux drones. Dans un repère orthonormé d'unité le mètre, le sol est l'ensemble des points de cote nulle. À l'instant t, en secondes ($t \geqslant 0$), le drone 1 est au point $M(2+3t\,;-1+4t\,;30-2t)$ et le drone 2 au point $N(26-2t\,;9+t\,;28-t)$. Chacun se déplace en ligne droite.** •••

a. Donner la position de chaque drone à l'instant 0, et un vecteur directeur de chaque trajectoire.

b. Montrer que les deux trajectoires se coupent en un point P, dont on donnera les coordonnées.

c. Les drones risquent-ils de se heurter en P ? Justifier.

d. Si le drone 1 garde sa trajectoire, à quel instant et en quel point atteint-il le sol ?

7 **Dans un repère orthonormé, $\mathcal{D}$: $x=1+t$, $y=2t$, $z=-1+t$, $t\in\mathbb{R}$. Étudier la position relative de $\mathcal{D}$ et de chacune des droites suivantes, de paramètre s réel.** •••

a. $\mathcal{D}_1 : x=3-2s$, $y=1-4s$, $z=2-2s$

b. $\mathcal{D}_2 : x=2+s$, $y=1-s$, $z=3s$

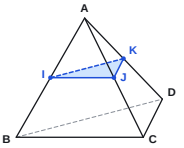
c. $\mathcal{D}_3 : x=2$, $y=3+s$, $z=-1-s$

8 **$ABCD$ est un tétraèdre ; I, J, K sont les milieux de $[AB]$, $[AC]$, $[AD]$. On admet que le centre de gravité G du triangle BCD vérifie $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$.** •••

a. Montrer que $\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{IK}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$.

b. En déduire que les plans (IJK) et (BCD) sont parallèles.

c. M est le point tel que $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AG}$. Montrer que $\overrightarrow{IM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{IJ}+\frac{1}{3}\overrightarrow{IK}$, et conclure.



Le tétraèdre et le triangle IJK.

Corrigé détaillé sur **progresschool.fr** — chapitre « Droites et plans — Vecteurs et représentations paramétriques ».