

EXERCICES

Tle

Fonction logarithme népérien — propriétés, équations et croissances comparées

Nom : _____

Classe : _____

Au contrôle, une réponse juste sans calcul ne rapporte presque rien : chaque problème se rédige en quatre temps — **justifier**, **poser** l'égalité, **mener le calcul** jusqu'au bout, **conclure** par une phrase avec l'unité. La place réservée est dimensionnée pour ces quatre temps.

1 Simplifier, et donner la forme demandée.

● ○ ○

a. $\ln 6 - \ln 3$

b. $\ln 9 + \ln 4$, sous la forme $a \ln 2 + b \ln 3$

c. $\ln \frac{1}{e^3}$

2 Ensemble de définition. Donner celui de chaque fonction, en justifiant.

● ○ ○

a. $f(x) = \ln(x - 5)$

b. $g(x) = \ln(x^2 + 1)$

c. $h(x) = \ln(3 - x) + \ln x$

3 Résoudre dans $\mathbb{R}$, condition d'existence comprise.

● ● ○

a. $\ln x = 2$

b. $\ln(2x - 6) = \ln(x + 1)$

c. $\ln(x - 3) = 0$

4 Résoudre les inéquations.



- a. $\ln x < 1$
- b. $\ln(x + 2) \geq \ln(3x - 4)$

5 L'inconnue en exposant.



- a. Un capital de 1 000 € croît de 5 % par an. Au bout de combien d'années dépasse-t-il 2 000 € ?
- b. Expliquer pourquoi le logarithme est ici le seul outil disponible.

6 Dérivée et variations.



- a. Dériver $f(x) = x - \ln x$ sur $]0; +\infty[$.
- b. Étudier le signe de f' et dresser le tableau de variations.
- c. En déduire que $\ln x \leq x - 1$ pour tout $x > 0$.

7 Croissances comparées.



- a. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^2}$.
- b. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \ln x)$.
- c. Que vaut $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 \ln x$?

Corrigé détaillé sur progressschool.fr — chapitre « Fonction logarithme népérien — propriétés, équations et croissances comparées ».