

Loi normale — densité, règle 68-95-99,7 et intervalles

Ce qui est noté au contrôle, ce n'est pas le résultat seul : c'est le raisonnement posé, puis le calcul mené jusqu'au bout avec l'unité.

1 Lecture directe sur la règle 68 – 95 – 99,7. X suit $\mathcal{N}(50; 4^2)$.

- ① a. Les bornes valent $\mu \pm \sigma$.
 $50 - 4 = 46$
environ 0,68.
- ② b. Cette fois $\mu \pm 2\sigma$.
 $50 + 8 = 58$
environ 0,95.
- ③ c. La cloche est symétrique autour de μ .
 $1 \div 2 = 0.5$
exactement 0,5.

2 Symétrie et complément. X suit $\mathcal{N}(20; 3^2)$.

- ① a. $26 = 20 + 2 \times 3$, soit $\mu + 2\sigma$. Hors de $\mu \pm 2\sigma$ il reste 5 %.
 $20 + 6 = 26$
- ② La symétrie en met la moitié de chaque côté.
 $0.05 \div 2 = 0.025$
environ 0,025.
- ③ b. $14 = 20 - 2 \times 3$: c'est l'autre extrémité.
 $20 - 6 = 14$
environ 0,025 également.
- ④ c. Les deux sont égales, et c'est exactement ce que dit la symétrie de la cloche autour de μ .
 $0.025 - 0.025 = 0$
aucun calcul supplémentaire n'était nécessaire pour la seconde.

3 Modéliser. La masse des paquets d'une chaîne suit $\mathcal{N}(500; 10^2)$, en grammes.

- ① a. Ce sont $\mu \pm \sigma$.
 $500 - 10 = 490$
environ 68 %.
- ② b. $470 = 500 - 3 \times 10$, soit $\mu - 3\sigma$. Hors de $\mu \pm 3\sigma$ il reste 0,3 %.
 $500 - 30 = 470$
- ③ La moitié se trouve du côté gauche.
 $0.003 \div 2 = 0.0015$
environ 0,15 %, soit 15 paquets sur 10 000.
- ④ c. Trois écarts-types représentent un événement rare mais non impossible.
 $10000 \times 0.0015 = 15$
sur une production de masse, quinze paquets sur dix mille reste un nombre bien réel.

4 Scores réduits. Comparer, en justifiant.

- ① a. L'écart à la moyenne vaut 10.
 $70 - 60 = 10$
 - ② On divise par l'écart-type.
 $10 \div 5 = 2$
 $z = 2.$
 - ③ b. L'écart vaut 60.
 $260 - 200 = 60$
 - ④ Puis le score réduit.
 $60 \div 40 = 1.5$
 $z = 1,5.$
 - ⑤ c. Le score réduit le plus grand désigne la valeur la plus rare.
 $2 - 1.5 = 0.5$
c'est 70 pour X , malgré un écart brut six fois plus petit — les échelles ne se comparent qu'une fois réduites.
-

5 Intervalle de fluctuation. Une pièce est supposée équilibrée ; on la lance 100 fois.

- ① a. Ici $p = 0,5$ est connu, et la demi-amplitude vaut $\frac{1}{\sqrt{100}}$.
 $\sqrt{100} = 10$
 - ② Soit 0,1.
 $1 \div 10 = 0.1$
 $I_f = [0,4 ; 0,6].$
 - ③ b. La fréquence observée vaut 0,62.
 $62 \div 100 = 0.62$
elle est hors de l'intervalle : on rejette l'hypothèse d'équilibre, au seuil de 5 %.
 - ④ c. La fréquence vaudrait 0,56, qui appartient à l'intervalle.
 $56 \div 100 = 0.56$
on ne rejette pas l'hypothèse — ce qui ne la démontre pas pour autant : ne pas rejeter n'est pas prouver.
-

6 Intervalle de confiance. Un institut interroge 400 personnes ; 180 déclarent utiliser le train.

- ① a. On divise l'effectif observé par la taille de l'échantillon.
 $180 \div 400 = 0.45$
 - ② b. La demi-amplitude vaut $\frac{1}{\sqrt{400}}$.
 $\sqrt{400} = 20$
 - ③ Soit 0,05.
 $1 \div 20 = 0.05$
 - ④ D'où les deux bornes.
 $0.45 + 0.05 = 0.5$
 $I_c = [0,40 ; 0,50].$
 - ⑤ c. La borne supérieure vaut exactement 0,5 : la valeur 0,5 n'est pas exclue.
 $0.5 - 0.5 = 0$
on ne peut donc pas l'affirmer — c'est le cas limite, et il se tranche en faveur de la prudence.
-

7 Vrai ou faux, en justifiant.

- ① a. Faux : l'aire au-dessus d'un point est nulle, sans que la valeur soit impossible.
 $3 - 3 = 0$
probabilité nulle et impossibilité se distinguent dès qu'on quitte le discret.
 - ② b. Faux : la marge est en $\frac{1}{\sqrt{n}}$, donc elle est divisée par 2.
 $\sqrt{4} = 2$
il faudrait multiplier l'effectif par seize pour diviser la marge par quatre.
 - ③ c. Faux : cela conduit à la **rejet au seuil de 5 %**, ce qui n'est pas une preuve.
 $1 - 0.95 = 0.05$
un échantillon sur vingt tombe hors de l'intervalle alors même que l'hypothèse est vraie.
-

Corrige-toi toi-même. Compte tes points exercice par exercice : c'est ainsi qu'on voit où l'on perd, et ce n'est presque jamais là où on le croit.

Ce qui est évalué	Points	Ce qui fait perdre le point
Loi écrite avec μ et σ	3 pts	La variance employée à la place de l'écart-type
Bornes ramenées à $\mu \pm k\sigma$	4 pts	Une calculatrice sortie là où la règle suffisait
Symétrie utilisée pour un complément	3 pts	Les 5 % restants attribués entièrement à un côté
Fluctuation et confiance distinguées	4 pts	f et p intervertis dans la formule
Conclusion prudente sur un test	3 pts	« Prouvé » écrit là où il fallait « on ne rejette pas »
Réponse rendue au contexte	3 pts	Une probabilité donnée sans phrase ni pourcentage